指導者用

中学校数学

全国学力・学習状況調査問題

ひとつ、ひとつ、実現するふくしま

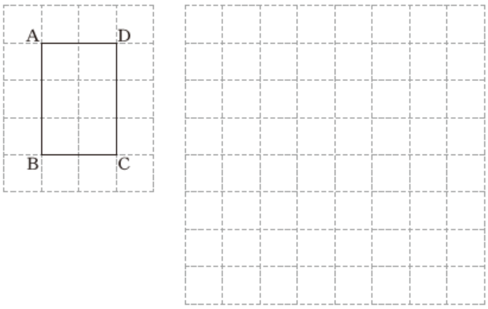
主に「図形」に関する学習指導の改善・充実を図る際のポイントを集めました。ご活用ください。

Vol.3（平成25年度～27年度）

平成25年度　A

4　次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

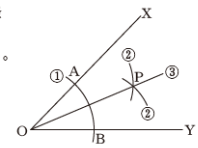
(1) 下の長方形ABCDの２倍の拡大図を，解答用紙の方眼を利用してかきなさい。



(2) ∠XOYの二等分線を，次の方法で作図しました。

作図の方法

① 点Oを中心として適当な半径の円をかき，辺OX，辺OYとの交点をそれぞれA，Bとする。
② ２点A，Bをそれぞれ中心として，等しい半径の円をかき，その交点をPとする。
③ 直線OPをひく。



この方法で∠XOYの二等分線が作図できるのは，上の図で点A，O，B，Pの順に結んでできる四角形AOBPがある性質をもつ図形だからです。その図形が，下のアからオまでの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。

ア　直線OPを対称の軸とする線対称な図形

イ　直線OXを対称の軸とする線対称な図形

ウ　点Aと点Bを通る直線を対称の軸とする線対称な図形

エ　点Oを対称の中心とする点対称な図形

オ　点Aと点Bを通る直線と直線OPの交点を対称の中心とする点対称な図形

設問(1)　正答率88.6%

趣旨

与えられた図形の拡大図をかくことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　縮図や拡大図の必要性と意味を理解できるようにする

地図を読む場面などを通して，縮図や拡大図の必要性と意味を理解し，問題解決の場面において活用できるように指導することが引き続き大切である。

設問(2)　正答率49.6%

趣旨

角の二等分線の作図の根拠となる対称な図形を見いだすことができるかどうかをみる。

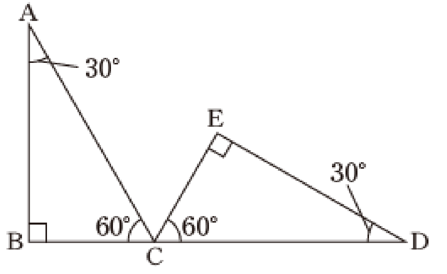
学習指導に当たって

○　作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことができるようにする

作図の方法を見直し，その基になっている対称な図形の性質を理解できるように指導することが必要である。

例えば，四角形AOBPが線対称な図形であることに着目すると，直線OPは対称の軸で∠AOP＝∠BOPとなることから，角の二等分線が作図できていることを確かめる活動を取り入れることが考えられる。本設問を使って授業を行う際には，四角形AOBPが「点Aと点Bを通る直線を対称の軸とする線対称な図形」（解答類型３）や「点Aと点Bを通る直線と直線OPの交点を対称の中心とする点対称な図形」（解答類型５）であることを示しても，直線OPが∠XOYの二等分線になっていることの根拠にはならないことを確認する場面を設定することが考えられる。

（３）下の図のように，３つの内角が30°，90°，60°の△ABCとそれに合同な△DECがあり，点B，C，Dは一直線上にあります。



△ABCを，点Cを中心として時計回りに回転移動して，△DECにぴったり重ねるには，何度回転移動すればよいですか。その角度を求めなさい。

設問（３）　正答率57.1%

趣旨

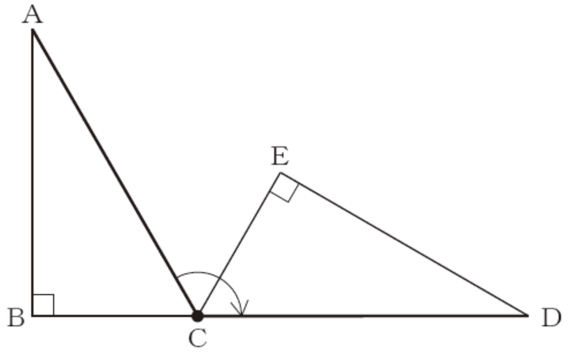
回転移動の意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　**移動前と移動後の図形を比較して２つの図形の関係を読み取ることができるようにする**

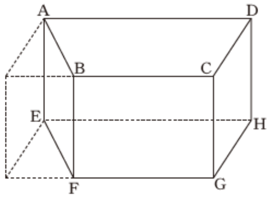
移動前と移動後の図形を比較する機会を設定し，対応する頂点や辺の位置関係などを読み取ることができるように指導することが必要である。

本設問を使って授業を行う際には，下の図のように，辺CAに着目し，それに対応する辺がCDであることを捉え，点Cを回転の中心として辺CAを時計回りに回転移動して辺CDに重ねたとき，∠ACDが回転角になっていることを確認する場面を設定することが考えられる。また，辺CBと辺CEなど他の対応する辺についても同様に確認することも考えられる。



5　次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 次の図のような，直方体から三角柱を切り取ってつくった立体があります。この立体の辺を含む直線について，下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



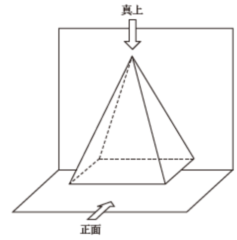
ア　直線BFと直線DHは交わる。

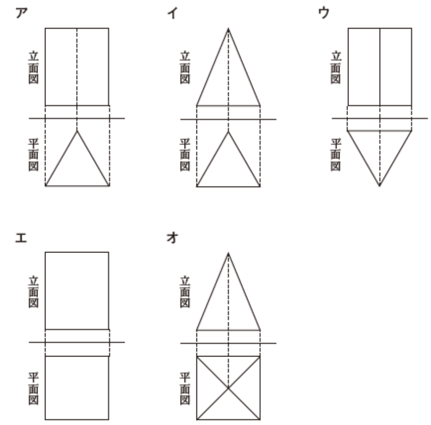
イ　直線BFと直線CGは交わる。

ウ　直線ABと直線EFは交わる。

エ　直線ABと直線DCは交わる。

(2) 右の図は，ある立体の見取図です。この立体の投影図が，下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。





設問(1)　正答率57.5%

趣旨

空間における２直線の位置関係を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　**空間における直線や平面の位置関係を，実感を伴って理解できるようにする**

空間における２直線の位置関係を実感を伴って理解できるように指導することが必要である。そのために，見取図を見て考えるだけでなく，身近な立体に触れ，様々な視点から観察する場面を設定することが考えられる。

例えば，実際に立体を作って観察し，辺を含む２直線の位置関係を捉える活動を取り入れることが考えられる。また，コンピュータを用いて，立体の各辺を延長し，延長した直線が交わる場合や交わらない場合があることを視覚的に確認する場面を設定することも考えられる。

設問(2)　正答率85.2%

趣旨

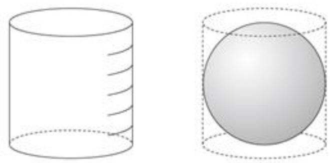
見取図，投影図から空間図形を読み取ることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

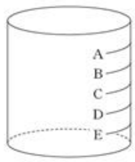
○　**空間図形を投影図に表したり，投影図から空間図形を読み取ったりできるようにする**

空間図形を投影図に表したり，投影図から空間図形を読み取ったりできるように指導することが引き続き大切である。例えば，身近な立体について視点を決めて観察し，立面図と平面図の意味を捉える場面を設定することが考えられる。

（3）下の図のように，底面の直径と高さが等しい円柱の容器と，この円柱の容器にぴったり入る球があります。この円柱の容器には，高さを６等分した目盛りがついています。



この円柱の容器の底面を水平にして，球の体積と同じ量の水を入れます。このとき，円柱の容器にはどの目盛りまで水が入りますか。下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。



ア　目盛りＡ

イ　目盛りＢ

ウ　目盛りＣ

エ　目盛りＤ

オ　目盛りＥ

設問（３）　正答率47.5%

趣旨

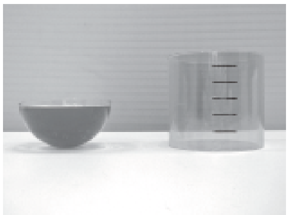
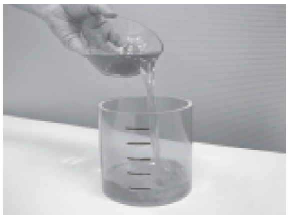
球の体積を，球がぴったり入る円柱の体積との関係から理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　球の体積を実感を伴って理解できるようにする

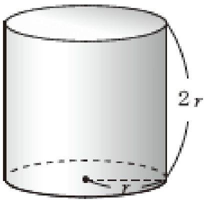
球の体積を実感を伴って理解できるように指導することが必要である。そのために，球の体積と円柱の体積との関係を予想し，その予想が正しいかどうかを，模型を用いたり実験による測定を行ったりして確かめる場面を設定することが考えられる。

例えば，半球形の容器に入った水を，それがぴったり入る円柱の容器に移す活動を取り入れることが考えられる。


また，底面の直径と高さが等しい円柱（図１），その円柱にぴったり入る球（図２），底面が円柱の底面と合同で高さが円柱の高さと等しい円錐（図３）のそれぞれの体積の比が，３：２：１になっていることを実験や公式から捉え，理解を深められるように指導することも考えられる。

図１

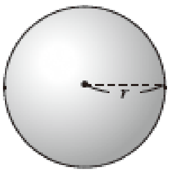


$V=\pi r^2\times 2r$

$=2\pi r^3$

$=\frac{2}{3}\pi r^3\times \underline{3}$

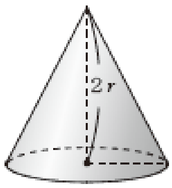
図２



$V=\frac{4}{3}\pi r^3$

$=\frac{2}{3}\pi r^3\times \underline{2}$

図３



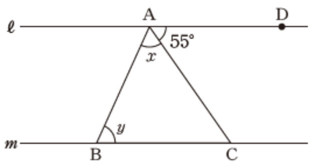
$V=\frac{1}{3}\pi r^2\times 2r$

$=\frac{2}{3}\pi r^3$

$=\frac{2}{3}\pi r^3\times \underline{1}$

6 次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の図で，直線 ℓ，m は平行です。$\angle DAC$ の大きさは $55°$ です。$\angle x + \angle y$ の大きさは何度ですか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



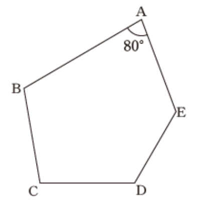
ア　55°

イ　110°

ウ　125°

エ　135°

(2) 下の図の五角形ABCDEにおいて，$\angle BAE = 80°$ です。このとき，頂点Aにおける外角の大きさを求めなさい。



設問(1)　正答率79.3%

趣旨

１組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　平行線や角の性質を推論の根拠として用いることができるようにする

平行線や角の性質を推論の根拠として用いられるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，角度を求めるために，平行線の同位角や錯角，三角形の内角，平角などの性質をどのように用いているかを確認する場面を設定することが考えられる。

設問(2)　正答率55.9%

趣旨

多角形の外角の意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

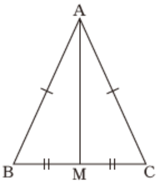
○　多角形の外角の意味を理解できるようにする

多角形の外角の意味を理解できるように指導することが必要である。

例えば，「280（度）」と解答した生徒は，内角を内側の角，外角を外側の角と捉えていることが考えられるので，外角の意味を確認する機会を設定し，その上で外角を指摘したり，図にかきこんだりする活動を取り入れることが考えられる。

7　次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) AB = ACである二等辺三角形ABCがあります。辺BCの中点をMとして，直線AMをひきます。このとき，∠BAM = ∠CAMであることを次のように証明しました。



証明

△ABMと△ACMにおいて，
仮定から，　AB = AC　…①
　　　　　　BM = CM　…②
共通な辺だから，　AM = AM　…③
①，②，③より，［　　　　　］から，
△ABM ≡ △ACM
合同な図形の対応する角は等しいから，
∠BAM = ∠CAM

上の証明の［　　　　　］に当てはまる合同条件を，下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア　3組の辺がそれぞれ等しい

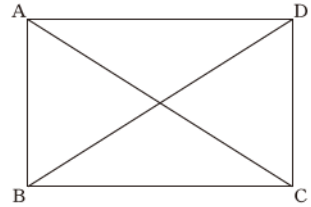
イ　2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい

オ　直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

(2) 下の図で，四角形ABCDは長方形です。



長方形の対角線の長さは等しいといえます。
下線部を，上の図の頂点を表す記号と，記号 = を使って表しなさい。

設問(1)　正答率79.7%

趣旨

証明を読み，根拠として用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘できるようにする

三角形の合同条件など，証明の根拠として用いられている図形の性質を指摘できるように指導することが大切である。例えば，証明を読み根拠を見いだすとともに，その根拠がどのように用いられているかを確認する場面を設定することが考えられる。

設問(2)　正答率69.3%

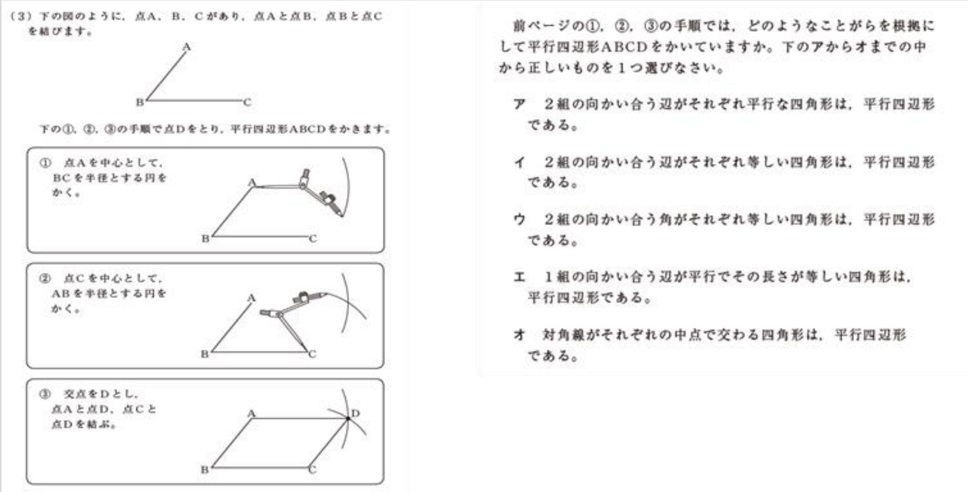
趣旨

長方形について対角線の長さが等しいことを，記号を用いて表すことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　辺や角などについての関係を，記号を用いて正しく表すことができるようにする

辺や角などについての関係を考察し，それを記号で表すことができるように指導することが大切である。例えば，図形の構成要素間の関係を記号で表したり，記号で表された内容を読み取ったりする活動を取り入れることが考えられる。



（３）下の図のように，点A，B，Cがあり，点Aと点B，点Bと点Cを結びます。

下の①，②，③の手順で点Dをとり，平行四辺形ABCDをかきます。

① 点Aを中心として，BCを半径とする円をかく。

② 点Cを中心として，ABを半径とする円をかく。

③ 交点をDとし，点Aと点D，点Cと点Dを結ぶ。

前ページの①，②，③の手順では，どのようなことがらを根拠にして平行四辺形ABCDをかいていますか。下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は，平行四辺形である。

イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

エ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

オ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

設問（３）　正答率48.3%

趣旨

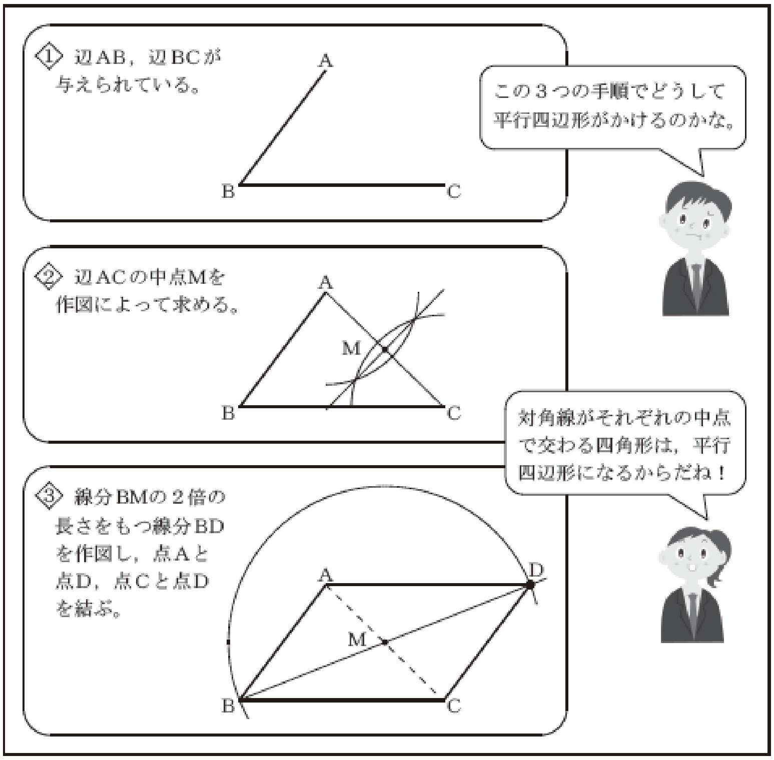
作図の手順を読み，根拠として用いられている平行四辺形になるための条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　平行四辺形になるための条件を作図する場面で捉えられるようにする

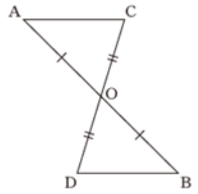
平行四辺形を作図する場面を設定することで，第２学年で学習する平行四辺形になるための条件を，第１学年で学習した作図を用いて理解できるように指導することが大切である。

本設問のように，辺AB，辺BCが与えられ，平行四辺形ABCDを作図する場面で，点Dを作図によって求める様々な方法について考え，それらの方法で作図できる理由を平行四辺形になるための条件を用いて説明する活動を取り入れることが考えられる。例えば，次のように，「対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である」ことを用いた作図について話し合う場面を設定することが考えられる。その際，作図された図形の性質と作図の根拠として用いられている条件を明確に区別できるように指導することが大切である。



8　線分ABと線分CDがそれぞれの中点Oで交わっています。このとき，AC＝BDとなることを，ある学級では，下の図１をかいて証明しました。

図１

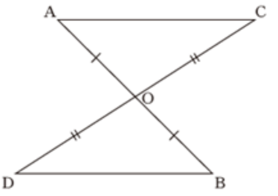


証明

△AOCと△BODにおいて，
仮定から，　AO＝BO　…①
　　　　　　CO＝DO　…②
対頂角は等しいから，
　∠AOC＝∠BOD　…③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
　△AOC≡△BOD
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
　AC＝BD

この証明をしたあと，図１と形の違う図２をかいて，同じようにAC＝BDとなるかどうかを考えてみたところ，下のアからエまでのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　図２の場合も，AC＝BDであることは，すでに前ページの証明で示されている。

イ　図２の場合は，AC＝BDであることを，改めて証明する必要がある。

ウ　図２の場合は，AC＝BDであることを，それぞれの辺の長さを測って確認しなければならない。

エ　図２の場合は，AC＝BDではない。

正答率64.7%

出題の趣旨

証明の必要性と意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　証明の必要性と意味についての理解を深められるようにする

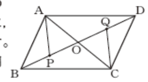
証明の必要性と意味についての理解を深められるように指導することが必要である。そのために，ある図形について証明された命題は，その仮定を満たすすべての図形について例外なく成り立つことを捉える場面を設定することが考えられる。

本問題を使って授業を行う際には，線分ABと線分CDがそれぞれの中点Oで交わっている図について，線分が交わる角度や線分の長さを変えても，命題の仮定となる条件が変わらないことなどを確認して，改めて証明する必要はないことを理解できるように指導することが考えられる。また，図１や図２を示さずに，条件を満たす図を生徒自らがかき，いずれの図においても証明が成り立つことを確認する活動を取り入れることが考えられる。

4　悠斗さんは，次の問題を考えています。

問題

右の図のように，平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとし，線分OB，OD上に，BP＝DQとなる点P，Qをそれぞれとります。
このとき，AP＝CQとなることを証明しなさい。

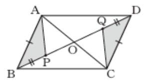


次の(１)，(２)の各問いに答えなさい。

(１) 悠斗さんは，次のような証明の方針１を考えました。この証明の方針１にもとづいて，AP＝CQとなることを証明することができます。

証明の方針１

①　AP＝CQを証明するためには，△ABP≡△CDQを示せばよい。



②　△ABPと△CDQの辺や角について，等しいことがわかるものを探せばよい。まず，平行四辺形ABCDの性質から，AB＝CDがわかるし，仮定から，BP＝DQもわかっている。

③　②を使うと，△ABP≡△CDQが示せそうだ。

この証明の方針１にもとづいて，AP＝CQとなることを証明しなさい。

設問（１）　正答率33.1％

趣旨

示された方針に基づいて証明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

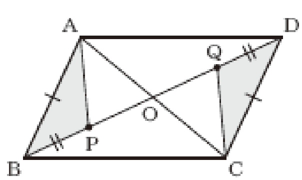
○　**証明の方針を立てることができるようにする**

次の３つの事項について考える場面を設定し，証明の方針を立てることができるように指導することが大切である。

Ⅰ　結論を示すためには何がわかればよいか。
Ⅱ　仮定からいえることは何か。
Ⅲ　ⅠとⅡを結び付けるには，あと何がいえればよいか。

本設問を使って授業を行う際には，AP，CQが対応する辺となる２つの三角形に着目し，証明の方針を立てる場面を設定することが考えられる。例えば，△ABPと△CDQの２つの三角形に着目する場合，次の３つの事項を考えることで，証明の方針を立てることができる。

Ⅰ　AP＝CQを証明するためには，「△ABPと△CDQが合同であること」がわかればよい。
Ⅱ　仮定からいえることは，「BP＝DQ」，「AB＝CD」である。
Ⅲ　ⅠとⅡを結び付けるには，あと「∠ABP＝∠CDQ」がいえればよい（三角形の合同条件「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」を根拠にできる）。



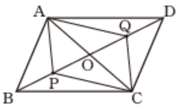
また，△APOと△CQO，△APDと△CQBなどの２つの三角形に着目して証明の方針を考える活動を取り入れることも考えられる。

○　**方針に基づいて証明することができるようにする**

証明ができるように指導するために，その方針に示された事柄を数学の記号で表したり，これらが成り立つ根拠を明らかにしたりして，仮定から結論を導く推論の過程を的確に表現できるように指導することが大切である。

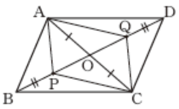
本設問を使って授業を行う際には，方針を参照しながら，証明として書く順序を検討したり，実際に書いた証明を方針と照らし合わせて，示すべきことが示されているかなどを確認したりする場面を設定することが考えられる。その際，「BP＝DQ」，「AB＝CD」，「∠ABP＝∠CDQ」の根拠として「仮定」，「平行四辺形の向かい合う辺は等しいこと」，「平行線の錯角は等しいこと」を示すことや，「△ABP≡△CDQ」の根拠として三角形の合同条件「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」を示すことができるように指導することが大切である。また，次第に形式を整えて証明を書くことができるように指導するために，書いた証明について生徒が互いに見直したり評価したりして，書き方を工夫する活動を取り入れることが考えられる。

（2）AP＝CQであることは，右の図のように，線分AQ，線分CPをひき，次のような証明の方針２を考えて証明することもできます。



証明の方針２

◇1　AP＝CQを証明するためには，四角形APCQが平行四辺形であることを示せばよい。



◇2　四角形APCQについて，平行四辺形ABCDの性質から，OA＝OCがわかる。

◇3　◇2と仮定のBP＝DQを使うと，四角形APCQが平行四辺形であることは，□ことから示せそうだ。

証明の方針２の□に当てはまることがらが，下のアからエまでの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。

ア　対角線がそれぞれの中点で交わる

イ　対角線が垂直に交わる

ウ　対角線の長さが等しい

エ　対角線が垂直に交わり，その長さが等しい

設問（２）　正答率57.6%

趣旨

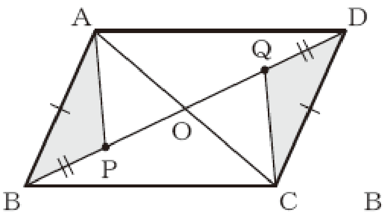
与えられた条件を整理したり，着目すべき性質を見いだしたりするなどして，証明の新たな方針を立てることができるかどうかをみる。

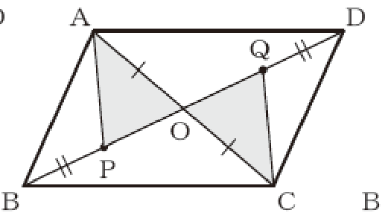
学習指導に当たって

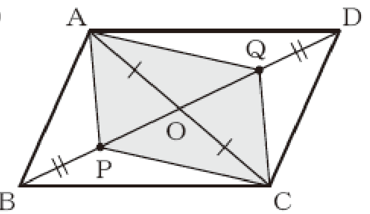
○　証明の過程を見直し，証明の新たな方針を立てることができるようにする

証明の過程を振り返ったり，根拠となる図形の性質を見直したりすることにより，新たな方針を立てることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，証明の方針を立てる手順は同じでも，着目する図形を変えるなどして新たな方針を立てることができるように指導することが考えられる。例えば，AP，CQが対応する辺となる２つの三角形に着目した**証明の方針１**を基に証明した後に，着目する三角形を△APOと△CQOなどに変えて新たな方針を立てる活動を取り入れることが考えられる。また，AP，CQが向かい合う辺となる四角形APCQに着目して新たな**証明の方針２**を立てる活動を取り入れることも考えられる。

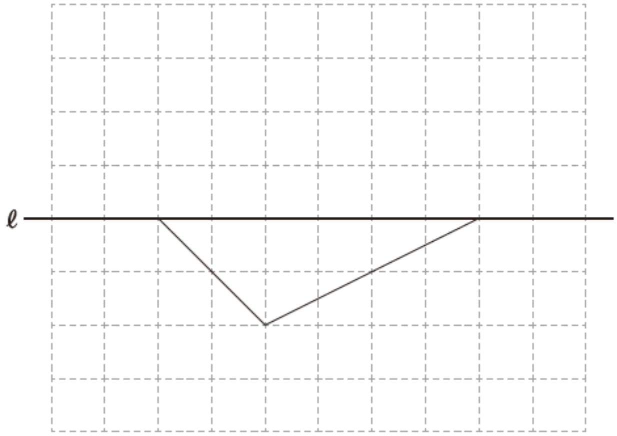






4 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の図は，直線 ℓ を対称の軸とする線対称な図形の一部です。
この線対称な図形を，解答用紙の方眼を利用して完成しなさい。



設問(1)　正答率93.9%

趣旨

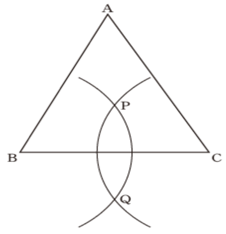
対称軸が与えられたときに，線対称な図形を完成することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 線対称な図形と対称軸との関係を理解できるようにする

線対称の意味を理解し，対称軸を見つけたり，線対称な図形の性質を捉えたりできるように指導することが引き続き大切である。

（2）次の図の△ABCにおいて，下の①，②の手順で直線PQを作図します。



作図の方法

① 頂点B，Cを中心として，互いに交わるように等しい半径の円をかき，2つの交点をそれぞれ点P，点Qとする。
② 点Pと点Qを通る直線をひく。

この方法によって作図した直線PQについて，△ABCがどんな三角形でも成り立つことがらが，下のアからエまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

ア　直線PQは，頂点Aと辺BCの中点を通る直線である。

イ　直線PQは，頂点Aを通り直線BCに垂直な直線である。

ウ　直線PQは，∠BACの二等分線である。

エ　直線PQは，辺BCの垂直二等分線である。

設問（2）　　正答率56.7%

趣旨

線分の垂直二等分線の作図の方法について理解しているかどうかをみる。

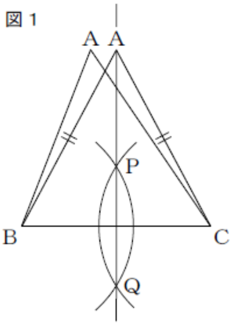
学習指導に当たって

○　作図した図形の特徴を，作図の方法に基づいて捉えることができるようにする

基本的な作図の学習において，作図した図形の特徴を作図の方法に基づいて捉え，何が作図できたのかを理解できるように指導することが大切である。

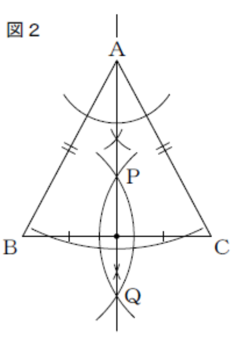
本設問を使って授業を行う際には，示された作図の方法に沿って生徒自らが作図する機会を設けることが必要である。その上で，個々の手順によってできる点や線分の特徴を図形の性質と関連付けて捉えられるようにすることが大切である。また，△ABCを様々な形に変えて同様の作図を行う機会を設け，AB＝ACである二等辺三角形では底辺BCの垂直二等分線は点Aを通るが，一般の三角形ABCでは，辺BCの垂直二等分線は点Aを通らないことを理解できるようにすることが大切である（図１）。さらに，二等辺三角形ABCの底辺BCの垂直二等分線，頂角Aの二等分線，点Aから底辺BCにおろした垂線，点Aと底辺BCの中点を通る直線はすべて一致することに気づいたり，一般の三角形ではそれらが一致しないことを見いだしたりする活動を取り入れることも考えられる（図２，図３）。

図１



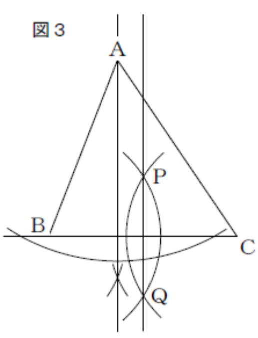
AB＝ACである二等辺三角形ABCでは，底辺BCの垂直二等分線は点Aを通るが，一般の三角形ABCでは，辺BCの垂直二等分線は点Aを通らない。

図２



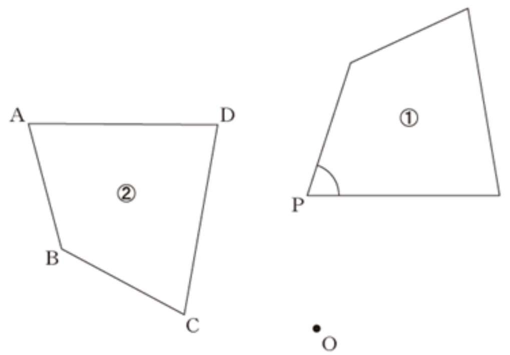
AB＝ACである二等辺三角形ABCでは，底辺BCの垂直二等分線，頂角Aの二等分線，点Aから底辺BCにおろした垂線，点Aと底辺BCの中点を通る直線はすべて一致する。

図３



一般の三角形ABCでは，辺BCの垂直二等分線，点Aから辺BCにおろした垂線は一致しない。

（３）次の図で，四角形②は，四角形①を点Ｏを中心として反時計回りに 80° だけ回転移動したものです。
　四角形①の∠Ｐに対応する四角形②の角を，下のアからエまでの中から１つ選びなさい。



ア　∠A

イ　∠B

ウ　∠C

エ　∠D

設問（３）　正答率42.9%

趣旨

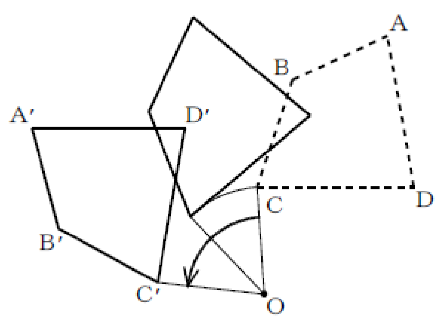
図形の回転移動について，移動前と移動後の２つの図形の辺や角の対応を読み取ることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

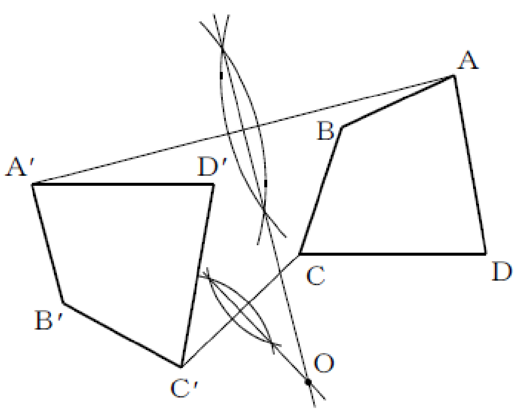
○　移動前と移動後の２つの図形の関係を捉えることができるようにする

ある図形がきまりにしたがって移動していることを視覚的に捉えたり，図形の移動の性質を見いだしたりする活動を通して，移動前と移動後の２つの図形の関係を捉えられるように指導することが大切である。

例えば，右のような図を提示し，四角形ABCDの頂点が回転移動のきまりにしたがって移動していることを理解する場面を設定することが考えられる。その際，実際に図形を紙で作ったり，コンピュータを利用したりするなどして，図形の移動を視覚的に理解できるようにすることが大切である。

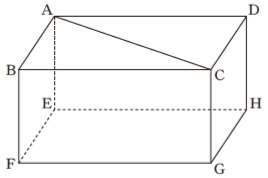


また，回転移動の性質を見いだす場面を設定することも考えられる。例えば，ある図形とそれを回転移動した図形について，１つの頂点とそれに対応する頂点とを結んだ線分の垂直二等分線を複数ひき，その交点が回転の中心であることを見いだす活動を取り入れることが考えられる。さらに，下の図のように，このような内容を，作図に関する内容と相互に密接に関連させながら取り扱うことで，平面図形についての理解を一層深められるようにすることが大切である。



5　次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の図のような直方体があります。ACは長方形ABCDの対角線です。このとき，直線ACと平行な面を書きなさい。



(2) 三角形が，それと垂直な方向に一定の距離だけ平行に動くと，その動いたあとを立体とみることができます。
このとき，できる立体が，下のアからオまでの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。

ア　三角柱

イ　三角錐

ウ　四角柱

エ　四角錐

オ　円錐

設問(1)　正答率81.4%

趣旨

空間における直線と平面の平行について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　立体の考察を通して，空間における直線や平面の位置関係を理解できるようにする

身近な立体に触れたり，見取図を見て直線や平面の位置関係を考えたりして，様々な視点から観察する場面を設定することを通して，空間における直線と平面の位置関係を理解できるように指導することが引き続き大切である。

本設問を使って授業を行う際には，直方体の２つの底面をそれぞれ平面とみて，その２平面が平行であることに着目し，長方形ABCDの対角線である直線ACが面ABCDに含まれていることから，直線ACと面EFGHが平行であると捉える活動を取り入れることが考えられる。その際，このような活動を直方体の模型を用いて行い，模型で捉えた直線と平面の位置関係を見取図でも確認する場面を設定することが考えられる。

設問(2)　正答率85.2%

趣旨

三角形をその面と垂直な方向に平行に移動させると，三角柱が構成されることを理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　平面図形の運動によって空間図形が構成されているとみることができるようにする

観察や操作を取り入れ，平面図形の運動によって空間図形が構成されているとみることができるように指導することが引き続き大切である。

本設問を使って授業を行う際には，合同な形のカードを何枚も重ねたり，下の図のように透明な円柱の容器や角柱の容器の中を底面と合同な形のカードを通してその移動を観察したりする活動を取り入れることが考えられる。また，コンピュータなどを利用することによって，平面図形の運動について視覚的に捉えられるようにすることも考えられる。

（３）図１は底面の円の半径が３cm，高さが４cm，母線の長さが５cm の円錐の見取図で，図２はその展開図です。x の値を求めなさい。

図１

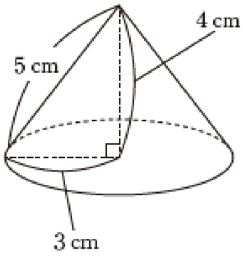
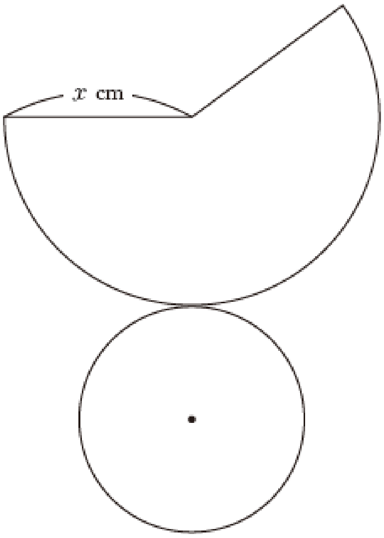


図２



設問（３）　正答率68.5%

趣旨

円錐の展開図において，側面のおうぎ形の半径が円錐の母線に対応していることを読み取ることができるかどうかをみる。

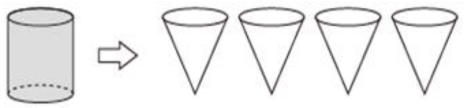
学習指導に当たって

○　空間図形の特徴について，見取図と展開図を関連付けて読み取ることができるようにする

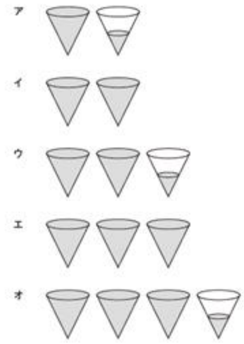
見取図と展開図を関連付けて空間図形の特徴を読み取ることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，紙で作った円錐の展開図から実際に円錐を組み立てる活動を通して，円錐の展開図における側面のおうぎ形の半径が円錐の母線に対応していることを理解できるようにすることが考えられる。

（4）下の図は，円柱，円錐の形をした容器です。それぞれの容器の底面は合同な円で，高さは等しいことがわかっています。この円柱の容器いっぱいに入れた水を円錐の容器に移します。



このとき，下のアからオまでの中に，円柱の容器に入っていた水と同じ量の水を表している図があります。正しいものを1つ選びなさい。



設問（4）　正答率39.8%

趣旨

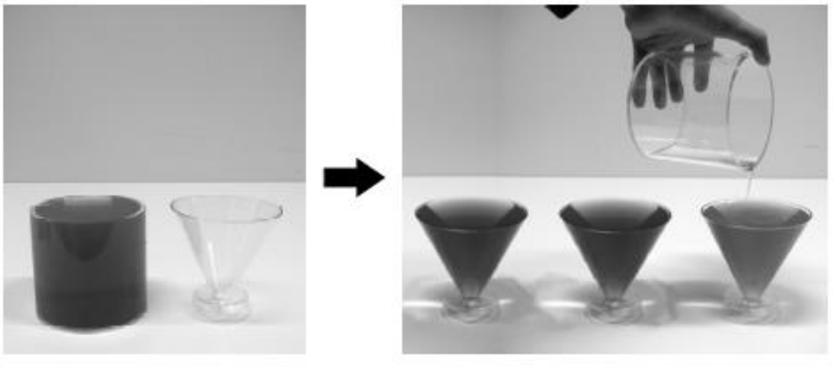
円錐の体積を，底面が合同で高さが等しい円柱の体積との関係で理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　柱体と錐体の体積の関係を，実感を伴って理解できるようにする

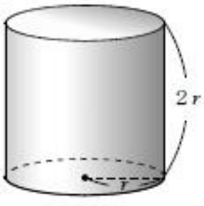
柱体の体積と錐体の体積との関係を予想し，その予想が正しいかどうかを，模型を用いた実験による測定を行って確かめる活動を通して，柱体と錐体の体積の関係を実感を伴って理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，底面が合同で高さが等しい円柱と円錐の体積の関係を予想する場面を設定し，体積の比が２：１や３：２や３：１になるなどの予想を取り上げ，それらの予想が正しいかどうかを，円柱の容器に入った水を円錐の容器に移して確かめる活動を取り入れることが考えられる。



また，底面の直径と高さが等しい円柱（**図１**），その円柱にぴったり入る球（**図２**），底面が円柱の底面と合同で高さが円柱の高さと等しい円錐（**図３**）のそれぞれの体積の比が３：２：１になっていることを，実験や公式から捉え，理解を深められるようにすることも考えられる。

図１

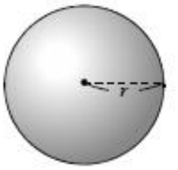


$V=\pi r^2\times 2r$

$=2\pi r^3$

$=\frac{2}{3}\pi r^3\times \underline{3}$

図２



$V=\frac{4}{3}\pi r^3$

$=\frac{2}{3}\pi r^3\times \underline{2}$

図３

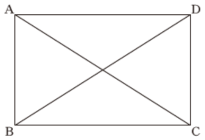
$V=\frac{1}{3}\pi r^2\times 2r$

$=\frac{2}{3}\pi r^3$

$=\frac{2}{3}\pi r^3\times \underline{1}$

6 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 長方形ABCDにおいて，AC = BD が成り立ちます。



上の下線部が表しているものを，下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア　向かい合う辺は平行である。

イ　向かい合う辺は等しい。

ウ　向かい合う角は等しい。

エ　対角線はそれぞれの中点で交わる。

オ　対角線の長さは等しい。

(2) 図1の△ABCで，頂点Cにおける外角の大きさは，∠a＋∠b と等しいといえます。図1の△ABCの頂点Cを動かし，図2のような△ABC′にします。

図1

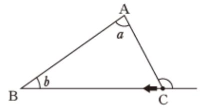


図2

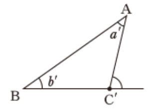


図2の△ABC′では，頂点C′における外角と∠a'＋∠b'の大きさの関係はどうなりますか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア　頂点C′における外角の大きさは，∠a'＋∠b'より小さい。

イ　頂点C′における外角の大きさは，∠a'＋∠b'と等しい。

ウ　頂点C′における外角の大きさは，∠a'＋∠b'より大きい。

エ　頂点C′における外角の大きさが∠a'＋∠b'より大きいか小さいかは，問題の条件だけでは決まらない。

設問(1)　　正答率62.5%

趣旨

長方形について，「対角線の長さは等しい」という性質を，記号を用いた表現から読み取ることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　**辺や角などについて，記号で表された関係を正しく読み取ることができるようにする**

図形の構成要素やそれらの関係を記号で表したり，記号で表された図形の構成要素やそれらの関係を読み取ったりすることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，AC，BDが長方形ABCDの対角線であることや，AC＝BDが長方形ABCDの対角線の長さが等しいことを表していることを説明する場面を設定することが考えられる。また，他の選択肢にあげられた辺や角などについての関係を記号で表す活動を取り入れることが考えられる。

設問(2)　　正答率74.0%

趣旨

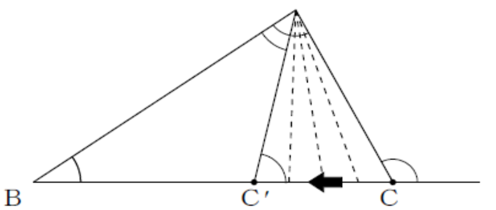
三角形の外角とそれと隣り合わない2つの内角の和の関係を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　**三角形の内角と外角の関係を理解できるようにする**

様々な形状の三角形において，内角と外角の関係を調べることを通して，三角形の外角はそれと隣り合わない2つの内角の和に等しいことを見いだすことができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，様々な形状の三角形を生徒自らがかいたり，下の図のように1つの三角形で頂点を移動させて新たな三角形をつくったりして，三角形の内角と外角の大きさを観察することで，三角形の外角はそれと隣り合わない2つの内角の和に等しいことを予想する場面を設定することが考えられる。その上で，その予想が正しいことを，平行線や角の性質などの既習の図形の性質を用いて説明できるように指導することが大切である。



（３）図１のように，n 角形を１つの頂点からひいた対角線によって，いくつかの三角形に分けて考えると，n 角形の内角の和は，
$180° \times (n-2)$
で表すことができます。

図１

例えば，六角形の場合，図２のようにして内角の和を求めることができます。
$180° \times (6-2) = 180° \times 4$
$= 720°$

図２

n 角形の内角の和を表す式
$180° \times (n-2)$
の（$n-2$）は，n 角形において何を表していますか。下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　頂点の数

イ　辺の数

ウ　内角の数

エ　１つの頂点からひいた対角線の数

オ　１つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数

設問（３）　正答率48.3％

趣旨

n 角形の内角の和を求める式 $180° \times (n-2)$ における（$n-2$）の意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　多角形の内角の和を表す式の意味を理解できるようにする

多角形の内角の和を表す式が，多角形を三角形に分割することによって導き出されることを理解できるように指導することが大切である。その際，様々な多角形を考察することを通して，多角形の内角の和を表す式を導いたり，その式の意味を読み取ったりする場面を設定することが考えられる。

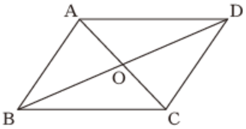
本設問のように六角形を取り上げ，式の（$n-2$）を，分割してできる三角形の個数や六角形の構成要素と対応させ，その意味を捉える活動を取り入れることが考えられる。

平成26年度　A

7 「平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる」ことを，次のように証明しました。

証明

平行四辺形ＡＢＣＤの
対角線の交点をＯとする。
△ＡＢＯと△ＣＤＯにおいて，
平行四辺形の向かい合う辺は
それぞれ等しいから，



$AB = CD$　　…①
$AB \parallel DC$ より，平行線の錯角は等しいから，
$\angle ABO = \angle CDO$　…②
$\angle BAO = \angle DCO$　…③
①，②，③より，$\boxed{\qquad\qquad}$ から，
$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$
合同な図形の対応する辺は等しいから，
$OA = OC$
$OB = OD$
よって，平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。

上の証明の $\boxed{\qquad\qquad}$ に当てはまる合同条件を，下のアからオまでの中から１つ選びなさい。

ア　３組の辺がそれぞれ等しい

イ　２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

出題の趣旨

正答率73.6%

三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　証明を読み，根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘できるようにする

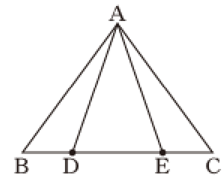
証明を読み，根拠を見いだすとともに，その根拠がどのように用いられているかを確認する活動を通して，三角形の合同条件など，証明の根拠として用いられている図形の性質を指摘できるように指導することが大切である。

本問題を使って授業を行う際には，証明を読み，当てはまる三角形の合同条件を確認するとともに，その合同条件を成り立たせる辺や角の関係を捉える活動を取り入れることが考えられる。また，仮定だけでなく結論からも，用いることができる三角形の合同条件について見通しをもつ活動を取り入れることが考えられる。例えば，「OA＝OC」と「OB＝OD」が結論であることから，三角形の合同条件「３組の辺がそれぞれ等しい」と「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」が使えないことを見いだし，「１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」に着目できるようにすることが考えられる。

8 次の問題について考えます。

問題

右の図のように，AB = AC の二等辺三角形ABC の辺BC 上にBD = CE となる点D，点E をそれぞれとります。
このとき，AD = AE となることを証明しなさい。



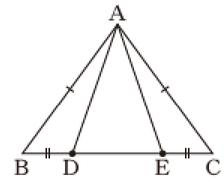
AD とAE をそれぞれ１辺とする２つの三角形に着目すると，次のような**証明の方針**を立てることができます。下の ① ，② に当てはまる三角形を書きなさい。

証明の方針

◇1 AD = AE を証明するためには，
① ≡ ② を示せばよい。

◇2 ① と ② の辺や角について，等しいといえるものを探せばよい。まず，仮定から，
AB = AC，BD = CE がいえる。

◇3 ◇2 を使うと，◇1 の ① ≡ ② が示せそうだ。



出題の趣旨　正答率76.4%

証明のための構想や方針の必要性と意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ **証明の方針の必要性と意味を理解できるようにする**

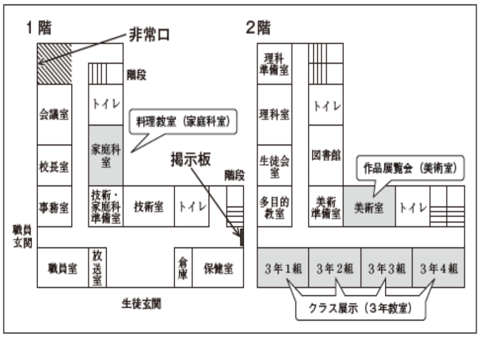
図形の性質を証明できるようにするために，証明の方針を立てて証明し，その過程を振り返ることで，証明の方針の必要性と意味を理解できるように指導することが大切である。その際，次の３つの事項について考える場面を設定することが考えられる。

Ⅰ　結論を示すためには何がわかればよいか。
Ⅱ　仮定からいえることは何か。
Ⅲ　ⅠとⅡを結び付けるには，あと何がいえればよいか。

本問題を使って授業を行う際には，**証明の方針**の ◇1 では結論を示すためには何がわかればよいかを考えていることを理解できるようにすることが考えられる。その上で，AD，AE が対応する辺となる２つの三角形が合同であることがわかればAD＝AE を証明できることに基づいて，２つの三角形を見いだす活動を取り入れることが考えられる。その際，「△ABD≡△ACE」と「△ABE≡△ACD」のいずれでもAD＝AE を証明できることを捉える場面を設定することで，証明の方針はいくつも考えられることを理解できるようにすることが大切である。さらに，◇2 では与えられた条件を整理していることや，◇3 では◇1 と ◇2 でわかったことなどを結び付けようとしていることを理解できるようにすることが考えられる。

1　第一中学校では文化祭の準備をしています。実行委員の健太さんは，来客用のはり紙やパンフレットを作ったり，校舎に横断幕を取りつけたりします。
　図１は校舎の１階と２階の案内図です。

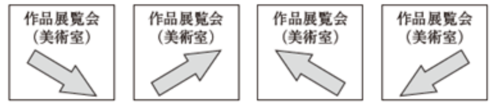
図１



次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

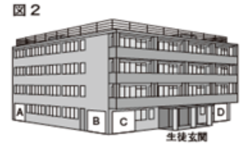
（1）図１の掲示板に，美術室への経路を示すはり紙を掲示します。そのはり紙が，下のアからエまでの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。

ア　イ　ウ　エ



（2）文化祭のパンフレットに，外から校舎を見た図２を使います。図１で示した非常口の位置が，図２のA，B，C，Dの中にあります。下のアからエまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　Aの位置　　イ　Bの位置

ウ　Cの位置　　エ　Dの位置

設問（1）　　正答率77.4%

趣旨

日常的な事象を表した図から必要な情報を適切に選択し，空間における図形の位置関係を的確に捉えることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　**日常的な事象を図形に着目して観察し，その特徴を的確に捉えられるようにする**

日常的な事象を，平面上に表された空間図形の位置関係に着目して考察し，その特徴を捉えることができるように指導することが大切である。例えば，自分の学校の平面図から２つの教室の位置関係を捉えたり，校舎のある地点からある教室に向かう際の案内表示を考察したりする場面を設定することが考えられる。

設問（2）　　正答率93.0%

趣旨

日常的な事象を表した図を観察し，空間における位置に関する情報を適切に読み取ることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　**日常的な事象を表した図を観察し，情報を適切に読み取ることができるようにする**

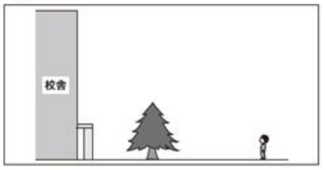
実生活で用いられる平面図や見取図などを相互に関連付けながら情報を読み取ることができるように指導することが引き続き大切である。

（3）図3のように，校舎に「一中文化祭」の横断幕を取りつけます。
　健太さんは，校門の位置に立って見たときに，図4のように横断幕が木にまったく隠れない高さで，最も低い位置に取りつけたいと思いました。そこで，図5のように，校門の位置に立っている健太さんと木と校舎を真横から見た図をかいて，木に隠れない横断幕の位置を考えることにしました。
　横断幕が木にまったく隠れない最も低い位置を求める方法を言葉で説明しなさい。解答用紙の図を使って説明してもかまいません。

図3

図4

図5



設問（3）　正答率61.3%

趣旨

事象を理想化・単純化し，その結果を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　日常的な問題を解決するために，事象を理想化・単純化して考察し，得られた結果を事象に即して解釈できるようにする

　日常的な事象の問題について，数学を活用して解決できるようにするために，事象を理想化・単純化して数学の世界で考察し，得られた結果を事象に即して解釈できるように指導することが大切である。

　本設問のように，実際に掲示物が物に隠れない壁面上の位置を探す場面を設定し，観測者の視線と掲示物の位置の関係を考察する活動を取り入れることが考えられる。その際，観測者の視線を直線と捉え，真横から見た図に観測者の視線を表す直線をひくことで，掲示物の位置を求めることが考えられる。その上で，視線を表す直線は観測者の目の位置と物の先端の２点で決まることや，この直線と壁面との交点が，条件に合う掲示物の下端の位置であることを確認することも必要である。

　このように事象を理想化・単純化し，数学を使って問題を解決する活動を，各学年の様々な内容において取り入れることを通して，日常的な事象の問題を数学の世界で考察することのよさを実感できるように指導することが大切である。

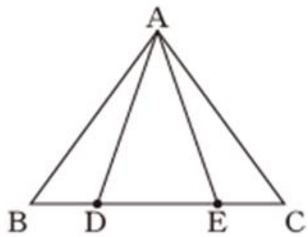
○　問題解決の方法を数学的な表現を用いて説明できるようにする

　様々な問題を解決する際に，実際に行った解決の過程を振り返り，解決方法について「用いるもの」とその「用い方」の両方を指摘することにより，数学的な表現を用いて説明できるように指導することが大切である。

　本設問を使って授業を行う際には，健太さんの視線と横断幕を取り付ける位置を図に表し，健太さんの目と木の先端の２点で直線（用いるもの）が決まることと，その直線と校舎を表す線分との交点を見いだすこと（用い方）について説明する活動を取り入れることが考えられる。その際，横断幕を取り付ける位置を求める方法を的確に説明するためには，図のみによる説明にとどまらず，「用いるもの」とその「用い方」の両方について言葉を用いて指摘できるようにすることが大切である。そして，「健太さんの目と木の先端を通る直線をひき，その直線と校舎を表す線分との交点を求める。」など的確に表現できるようにすることが大切である。

　説明が十分でないものとして，「木の先端を通る線をひき，校舎と交わる所に横断幕を取り付ける。」や「健太さんの目と木の先端を通る直線をひき，それを延長した所が横断幕の一番下となる。」がある。前者については，「木の先端を通る線」を「健太さんの目と木の先端を通る直線」と表現できるようにしたり，後者については，「それを延長した所」を「校舎との交点」と表現できるようにしたりするなど，「どのような直線なのか」，「何と何の交点なのか」について的確な表現をできるようにすることが大切である。

4　下の図のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺BC上にBD＝CEとなる点D，点Eをそれぞれとります。



（1）AD＝AEとなることを証明しなさい。

設問（1）　正答率40.2%

趣旨

図形の性質を，構想を立てて証明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　証明の構想において方針を立て，証明を書くことができるようにする

証明を書くことができるようにするために，証明を構想する活動を取り入れることが大切である。その際，結論を導くために何がわかればよいかを明らかにしたり，与えられた条件を整理したり，着目すべき性質や関係を見いだしたりすることで証明の方針を立てることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，例えば，本年度【中学校】数学A$\boxed{8}$に示した**証明の方針**のように，結論から仮定，仮定から結論の両方向から考えて証明の方針を立てる場面を設定することが考えられる。その際，AD＝AEを導くために△ABD≡△ACEを示せばよいことを明らかにし，△ABDと△ACEについてわかっていることを図を用いて整理したり，合同を示すために必要な関係「∠ABD＝∠ACE」を見いだしたりするなどして方針を立てられるように指導することが大切である。

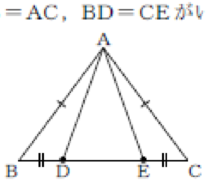
また，証明の方針に基づいて証明を書くことができるようにするために，下の図のように，「証明の方針」と「証明」の対応や順番について考える活動を取り入れることが大切である。その際，証明は仮定から結論へ向けて書かれているが，証明の方針では，次の3つの事項について考えていることを確認する場面を設定することも考えられる。

Ⅰ　結論を示すために何がわかればよいか。
Ⅱ　仮定からいえることは何か。
Ⅲ　ⅠとⅡを結び付けるには，あと何がいえればよいか。

証明の方針

◇1　AD＝AEを証明するためには，△ABD≡△ACEを示せばよい。

◇2　△ABDと△ACEの辺や角について，等しいといえるものを探せばよい。まず，仮定から，AB＝AC，BD＝CEがいえる。

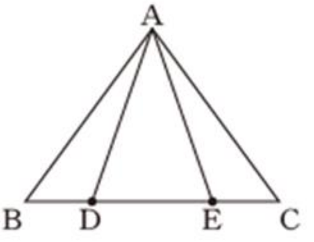


◇3　◇2を使うと，◇1の△ABD≡△ACEが示せそうだ。

証明

△ABDと△ACEにおいて，
仮定より，
AB＝AC　……①
BD＝CE　……②
二等辺三角形の底角は等しいから，
∠ABD＝∠ACE　……③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABD≡△ACE
合同な図形の対応する辺は等しいから，
AD＝AE

4 下の図のように，AB = ACの二等辺三角形ABCの辺BC上に BD = CEとなる点D，点Eをそれぞれとります。



（2）∠BAC = 110°，BD = ADのとき，∠DAEの大きさを求めなさい。

設問（2）　正答率24.4%

趣旨

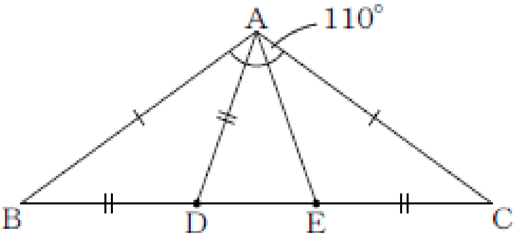
付加された条件の下で証明を振り返って考え，証明の過程で見いだした事柄や証明された事柄を用いることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 証明の過程や結論を基に，発展的に考えることができるようにする

発展的に考えることができるようにするために，与えられた性質を証明するだけではなく，条件を変えたり証明を読んだりすることを通して，新たな性質を見いだすことができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，与えられた問題に条件を付加することで，発展的に考える機会を設けることが考えられる。その際，下のように条件に合わせて図をかき直すとともに，証明を振り返り，証明の過程で見いだした事柄や証明された事柄に着目し，AE＝CEなどの新たな性質を見いだすことができるように指導することが大切である。

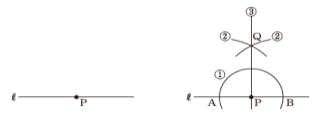


4 次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 直線ℓ上の点Pを通るℓの垂線を，次の①，②，③の手順で作図しました。

作図の方法

① 点Pを中心として，適当な半径の円をかき，直線ℓとの交点をそれぞれ点A，点Bとする。
② 点A，点Bを中心として，等しい半径の円を交わるようにかき，その交点の1つを点Qとする。
③ 点Pと点Qを通る直線をひく。



この作図の方法は，対称な図形の性質を用いているとみることができます。どのような性質を用いているといえますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア　点Aを対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。

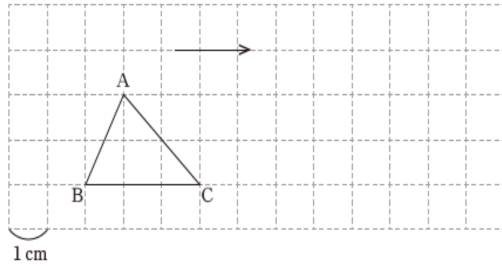
イ　点Bを対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。

ウ　点Qを対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。

エ　直線ABを対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。

オ　直線PQを対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。

(2) 下の図の△ABCを，矢印の示す方向に4cmだけ平行移動した図形を，解答用紙の方眼を利用してかきなさい。



設問(1)　　正答率59.6%

趣旨

垂線の作図が図形の対称性を基に行われていることを理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　見通しをもって作図したり，作図の方法を見直したりすることができるようにする

基本的な作図の基となっている図形の対称性を捉える場面を設定し，基本的な作図において，見通しをもって作図したり，作図の方法を見直したりすることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，作図の方法に基づいて垂線を作図した後，作図の方法を振り返る場面を設定することが考えられる。その際，**作図の方法**①からPA＝PB，**作図の方法**②からQA＝QBであることを基にして，△QABが二等辺三角形であることを確認し，直線PQを対称軸とする線対称な図形を作図したと捉えることができるように指導することが大切である。また，他の基本的な作図においても，図形の対称性が根拠になっていることを見いだす活動を取り入れることが考えられる。その際，対称軸を明確にして根拠を説明することが大切である。

設問(2)　　正答率55.2%

趣旨

平行移動した図形をかくことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

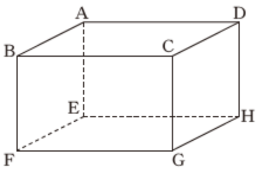
○　平面上にかかれた図形を，きまりにしたがって移動し，移動前と移動後の２つの図形の関係を捉えることができるようにする

ある図形がきまりにしたがって移動していることを視覚的に捉えたり，図形の移動の性質を見いだしたりする場面を設定し，移動前と移動後の２つの図形の関係を捉えることができるように指導することが大切である。

例えば，ある図形を紙で作って実際に移動させたり，コンピュータを利用して移動させたりするなどして，図形の平行移動，対称移動，回転移動を視覚的に捉える活動を取り入れることが考えられる。その際，移動前と移動後の図形の関係を考察することで，平行移動では，移動前と移動後の図形を比べると，対応する点を結ぶ線分が平行になっていることなど，それぞれの移動の性質を見いだすことができるように指導することが大切である。また，a cm平行移動した場合，対応する点の移動距離がa cmであることを確認することも大切である。さらに，移動前と移動後の図形が示された場面を設定し，２つの図形の構成要素の対応に着目し，移動の性質を用いて，一方を他方に重ねる方法を説明できるように指導することも考えられる。

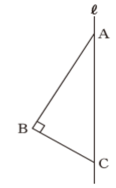
5　次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

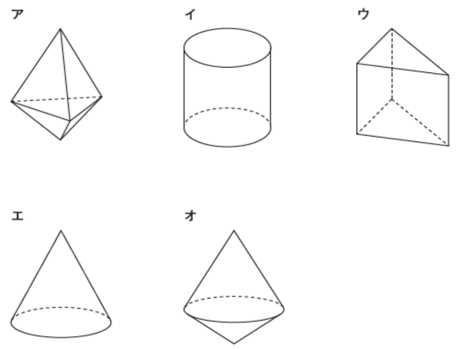
(1) 下の図の直方体には辺CGに垂直な面がいくつかあります。そのうちの1つを選んで書きなさい。



(2) 右の図の直角三角形ABCを，直線ℓを軸として1回転させて立体をつくります。

このとき，できる立体の見取図が下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。





設問(1)　正答率47.9%

趣旨

空間における直線と平面の垂直について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　立体の考察を通して，空間における直線や平面の位置関係を理解できるようにする

身近な立体を観察したり見取図を見たりして，直線と直線，直線と平面，平面と平面の位置関係を考察する場面を設定し，空間における直線と平面の位置関係を理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，面BFGCや面CGHDが辺CGに垂直な面かどうかを考える場面を設定し，面と面の位置関係と，直線と面の位置関係を区別できるように指導することが大切である。

設問(2)　正答率83.8%

趣旨

直角三角形の斜辺を軸とする回転によって構成される空間図形の形を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　平面図形の運動によって空間図形が構成されているとみることができるようにする

観察や操作を取り入れ，平面図形と空間図形を関連付けて考察する場面を設定し，平面図形の運動によって空間図形が構成されているとみることができるように指導することが引き続き大切である。

例えば，実際に長方形や直角三角形などの平面図形の1辺を軸として回転させ，その様子を観察したり，コンピュータを利用したりすることによって，面や線の運動について動的に捉えることができるように指導することが大切である。

（3）右の図は，ある立体の投影図で，正面から見た図（立面図）と真上から見た図（平面図）で表したものです。この投影図が表す立体が下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

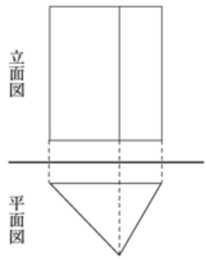
ア　三角柱

イ　四角柱

ウ　三角錐（すい）

エ　四角錐

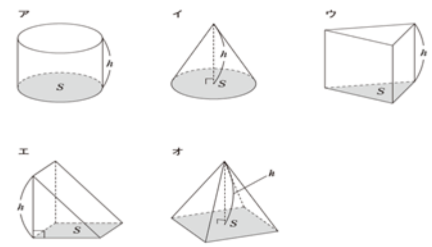
オ　円錐



（4）下のアからオまでの立体は，円柱，角柱，円錐，角錐のいずれかです。下の図において，S は色のついた部分の面積を，h は図に示した線分の長さを表すものとします。

このとき，体積が次の式で表される立体を，下のアからオまでの中からすべて選びなさい。

$$\frac{1}{3}Sh$$



設問（3）　正答率84.1％

趣旨

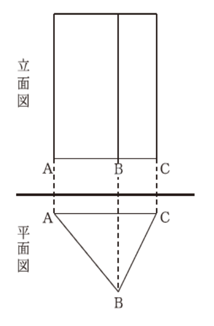
与えられた投影図から空間図形を読み取ることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　空間図形を投影図に表したり，投影図から空間図形を読み取ったりすることができるようにする

様々な立体について視点を決めて観察し，立面図と平面図がどのようになるかを考える場面を設定して，空間図形を投影図に表したり，投影図から空間図形を読み取ったりすることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，平面図から底面が三角形であること，立面図から柱体であることを判断し，当てはまる空間図形が三角柱であると読み取ることができるように指導することが大切である。また，下の図のように，平面図のACと立面図のACの長さは等しくなるが，平面図のABと立面図のABの長さは等しくならないことなど，投影図の特徴を理解できるように指導することも大切である。



設問（4）　正答率57.3％

趣旨

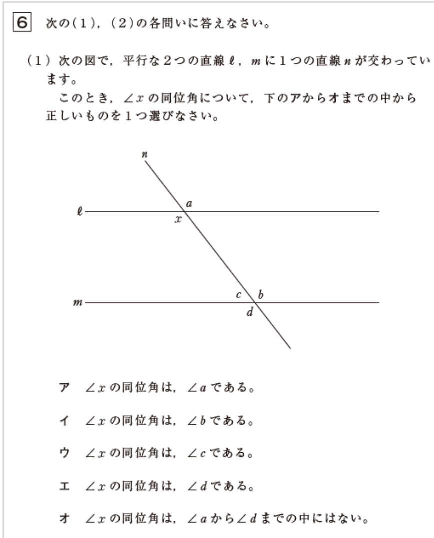
与えられた式を用いて体積を求めることができる立体を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　柱体と錐体を関連付けて，錐体の体積の求め方を理解できるようにする

錐体の体積と柱体の体積の関係を予想し，その予想が正しいかどうかを実験や実測を行って確かめる場面を設定して，錐体の体積が（底面積）×（高さ）×$\frac{1}{3}$ で求められることを，柱体と関連付けて，実感を伴って理解できるように指導することが大切である。

例えば，錐体の体積と柱体の体積の関係を予想し，その予想が正しいかどうかを，錐体の容器に入った水を柱体の容器に移したり，逆に柱体の容器に入った水を錐体の容器に移したりする実験を通して確かめる場面を設定することが考えられる。その上で，円柱と円錐の関係だけにとどまらず，角柱と角錐の関係を予想し確かめるとともに，底面の形が合同で高さも等しい柱体と錐体の体積の関係を捉えられるように指導することも大切である。



6　次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の図で，平行な２つの直線 ℓ，m に１つの直線 n が交わっています。
このとき，$\angle x$ の同位角について，下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

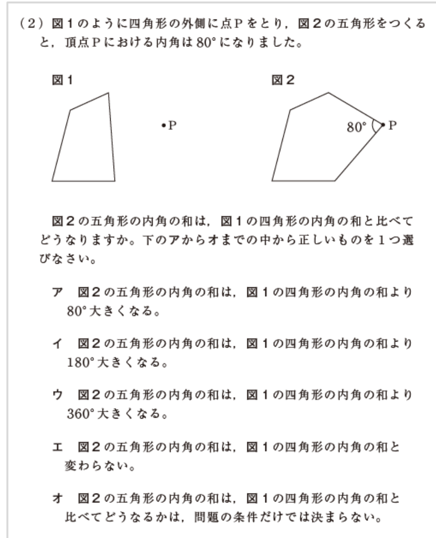
ア　$\angle x$ の同位角は，$\angle a$ である。

イ　$\angle x$ の同位角は，$\angle b$ である。

ウ　$\angle x$ の同位角は，$\angle c$ である。

エ　$\angle x$ の同位角は，$\angle d$ である。

オ　$\angle x$ の同位角は，$\angle a$ から $\angle d$ までの中にはない。



(2) 図１のように四角形の外側に点Pをとり，図２の五角形をつくると，頂点Pにおける内角は80°になりました。

図２の五角形の内角の和は，図１の四角形の内角の和と比べてどうなりますか。下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　図２の五角形の内角の和は，図１の四角形の内角の和より80°大きくなる。

イ　図２の五角形の内角の和は，図１の四角形の内角の和より180°大きくなる。

ウ　図２の五角形の内角の和は，図１の四角形の内角の和より360°大きくなる。

エ　図２の五角形の内角の和は，図１の四角形の内角の和と変わらない。

オ　図２の五角形の内角の和は，図１の四角形の内角の和と比べてどうなるかは，問題の条件だけでは決まらない。

設問(1)　　正答率80.4%

趣旨

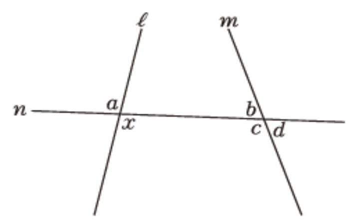
同位角の意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　２直線に１直線が交わってできる角について理解できるようにする

２直線に１直線が交わってできる角で，互いに同位角や錯角の位置にある角を見いだす活動を取り入れ，それらの角について理解できるように指導することが大切である。

例えば，２直線に１直線が交わってできる角について，２直線が平行である場合や平行でない場合を取り上げ，位置関係を捉えたり，大きさを測定したりする活動を取り入れ，同位角や錯角が等しくなるのは２直線が平行な場合だけであることを，実感を伴って理解できるように指導することが大切である。なお，平成21年度【中学校】数学A 6 (1)の正答率が 42.0% であったことから，右の図のように２直線が平行でない場合には，同位角や錯角がないと誤解している生徒がいると考えられるため，留意する必要がある。



設問(2)　　正答率70.4%

趣旨

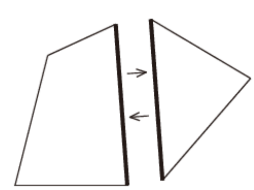
多角形の内角の和の性質を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　多角形の内角の和の性質を理解できるようにする

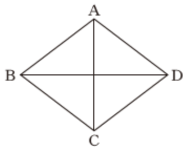
多角形の内角の和は，辺の数が増えると一定に増えることや，辺の数が変わらなければ形が変わっても一定であることを見いだす場面を設定し，n 角形の内角の和は，n の値によって一意に定まることを理解できるように指導することが大切である。

例えば，多角形の頂点や辺の数が１つ増えると内角の和が 180° 増える理由を説明させる活動を取り入れることが考えられる。その際，下の図のように，多角形と三角形を用意し，それらを付けたり離したりして，内角の和が三角形の内角の和の分だけ増えたり減ったりすることが理解できるように指導することが大切である。



7　次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

（1）ひし形ABCDにおいて，AC⊥BD が成り立ちます。



上の下線部が表しているものを，下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア　4つの辺はすべて等しい。

イ　向かい合う辺は平行である。

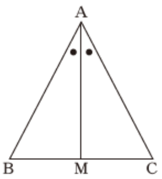
ウ　向かい合う角は等しい。

エ　対角線は垂直に交わる。

オ　対角線はそれぞれの中点で交わる。

（2）AB＝ACである二等辺三角形ABCがあります。∠Aの二等分線をひき，底辺BCとの交点をMとします。

このとき，BM＝CMであることを次のように証明しました。



証明

△ABMと△ACMにおいて，
仮定から，　AB＝AC　…①
∠BAM＝∠CAM　…②
共通な辺だから，　AM＝AM　…③
①，②，③より，［　　　　］がそれぞれ等しいから，
△ABM≡△ACM
合同な図形の対応する辺は等しいから，
BM＝CM

上の証明の［　　　　］に当てはまる言葉を書きなさい。

設問（1）　正答率76.6％

趣旨

ひし形について，「対角線は垂直に交わる」という性質を，記号を用いた表現から読み取ることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　辺や角などについて，記号で表された関係を正しく読み取ることができるようにする

図形の構成要素やそれらの関係を記号で表したり，記号で表された図形の構成要素やそれらの関係を読み取ったりできるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，AC，BDがひし形ABCDの対角線であり，AC⊥BDはこれらが垂直に交わることを表していることを説明できるように指導することが大切である。また，選択肢にある他の辺や角などについての関係を記号で表す活動を取り入れることも考えられる。

設問（2）　正答率76.5％

趣旨

証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

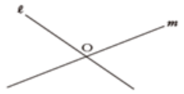
学習指導に当たって

○　証明の根拠として用いられる三角形の合同条件を指摘できるようにする

証明を読み，根拠を見いだすとともに，その根拠がどのように用いられているかを確認する場面を設定し，三角形の合同条件など，証明の根拠として用いられている図形の性質を指摘できるように指導することが大切である。

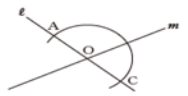
本設問を使って授業を行う際には，証明を読み，当てはまる三角形の合同条件を確認するとともに，図と対応させてその合同条件を成り立たせる辺や角の関係を捉える活動を取り入れることが考えられる。その際，証明の「仮定から」とされている「AB＝AC」，「∠BAM＝∠CAM」が，それぞれ，「△ABCがAB＝ACである二等辺三角形であること」，「AMが∠Aの二等分線であること」に基づいていることを確認することが大切である。

（3）下の図のように，点Oで交わる2つの直線ℓ，mがあります。

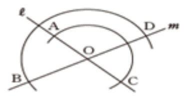


下の①，②，③の手順で点A，点B，点C，点Dをとり，平行四辺形ABCDをかきます。

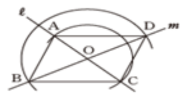
① 点Oを中心として円をかき，直線ℓとの交点を点A，点Cとする。



② 点Oを中心として別の円をかき，直線mとの交点を，点B，点Dとする。



③ 点A，点B，点C，点Dを順に結ぶ。



前ページの①，②，③の手順では，どのようなことがらを根拠にして平行四辺形ABCDをかいていますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア　2組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は，平行四辺形である。

イ　2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

ウ　2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

エ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

オ　1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

設問（3）　正答率48.5%

趣旨

作図の根拠として用いられている平行四辺形になるための条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　平行四辺形になるための条件を具体的な場面で用いることができるようにする

平行四辺形の作図の過程や具体物にみられる平行四辺形になるための条件を指摘する活動を取り入れ，平行四辺形になるための条件を具体的な場面で捉え，それを用いることができるように指導することが大切である。

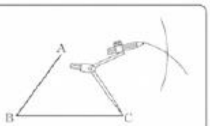
本設問を使って授業を行う際には，作図の手順から，「AO＝CO」，「BO＝DO」を読み取り，四角形ABCDが平行四辺形になるための条件である「対角線がそれぞれの中点で交わる」を満たしていることを確認する活動を取り入れることが考えられる。その際，右の手順のように，本設問の「対角線がそれぞれの中点で交わる」とは異なる条件を用いた平行四辺形の作図の手順を提示し，同様の活動を取り入れることも考えられる。

また，下の図の，本年度【中学校】数学B $\boxed{3}$ で取り上げたポップアップカードや，道具箱のような具体物の構造に平行四辺形を見いだし，それが平行四辺形になる根拠を指摘する活動を取り入れることも考えられる。

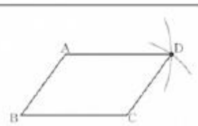
「2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい」を用いた平行四辺形の作図の手順

① 点Aを中心として，BCを半径とする円をかく。

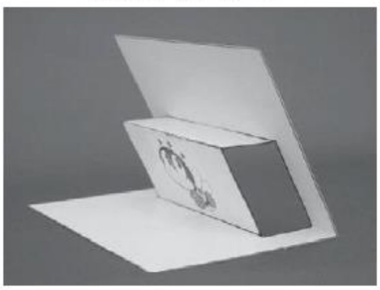
② 点Cを中心として，ABを半径とする円をかく。



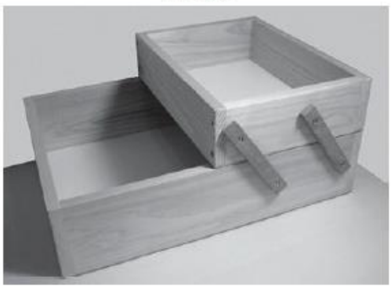
③ 交点をDとし，点Aと点D，点Cと点Dを結ぶ。



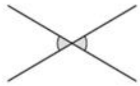
ポップアップカード



道具箱

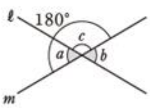


8 ある学級で，「対頂角は等しい」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。

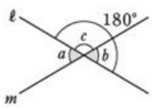


①

下の図のように直線 ℓ と直線 m が交わっているとき，



$\angle a = 180^\circ - \angle c$



$\angle b = 180^\circ - \angle c$

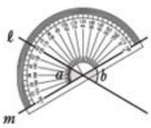
よって，$\angle a = \angle b$

したがって，対頂角は等しい。

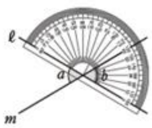
②

下の図のように直線 ℓ と直線 m が交わっているとき，

２つの角の大きさをそれぞれ測ると，



$\angle a = 60^\circ$



$\angle b = 60^\circ$

よって，$\angle a = \angle b$

したがって，対頂角は等しい。

２つの直線がどのように交わっても「対頂角は等しい」ことの証明について，正しく述べたものが下のアからオまでの中にあります。それを１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。

イ　①は証明できており，②は２つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。

ウ　①は証明できているが，②は２つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめても証明したことにはならない。

エ　①も②も２つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。

オ　①は２つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

出題の趣旨

正答率26.4%

証明の必要性と意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　帰納と演繹の違いを理解し，証明の必要性と意味についての理解を深められるようにする

対頂角の性質や三角形の内角の和，平行四辺形の性質などの学習において，帰納的な方法による説明と比較しながら，演繹的な推論による説明の役割を理解する場面を設定し，証明の必要性と意味についての理解を深められるように指導することが大切である。

本問題を使って授業を行う際には，いくつかの図について帰納的に「対頂角は等しい」ことを確かめても，その事柄が成り立つことの信頼性は高まるが，すべてを調べ尽くすことはできないことから，演繹的な推論による説明が必要であることを理解できるように指導することが大切である。

なお，**ウ**（正答）より**イ**（誤答）を選択した生徒の割合の方が高かったことから，たとえ証明を書くことはできていても，帰納的な方法による説明の限界を理解していない生徒がいると考えられることにも留意する必要がある。

3　若葉さんと春香さんは，下のようなポップアップカードを見て，その作り方に興味をもちました。ポップアップカードとは，閉じた状態から開くと立体が浮かび上がってくるカードです。

二人はポップアップカードについて調べました。そして，図１のような正面に絵がかける簡単なポップアップカードについて，図２のような設計図を見つけました。

図１

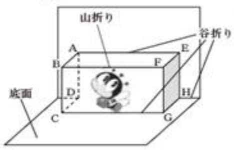
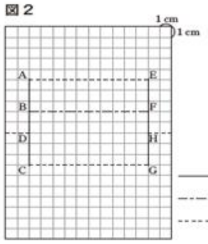


図２



二人は，図２の設計図をもとに作ったカードを図３のように開いていくと，四角形EFGHはいつでも平行四辺形になることに気づきました。また，それによって，カードを90°に開いたとき，絵をかく面が底面に対して垂直に立つこともわかりました。

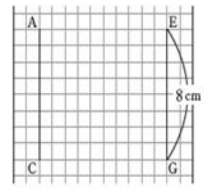
図３

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 若葉さんは，カードを90°に開いたとき，四角形EFGHが正方形になる設計図をかきたいと考えました。

図４のように，切れ目となるAC，EGの長さを図２と変えないとき，EFの長さを何cmにすればよいですか。その長さを求めなさい。

図４



設問（1）　正答率43.4%

趣旨

平面図形と空間図形を関連付けて事象を考察し，その特徴を的確に捉えることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　日常的な事象を図形に着目して観察し，その特徴を的確に捉えられるようにする

観察，操作や実験などの活動を取り入れ，日常的な事象の特徴を図形やその構成要素に着目して的確に捉えることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，実際にポップアップカードを作り，開いていく様子を観察し，四角形EFGHがいつでも平行四辺形になることを見いだした上で，さらにどのような条件が加えられると正方形になるのかを明らかにすることができるように指導することが大切である。

○　問題解決の過程を振り返り，結果を改善することができるようにする

数学的な表現を基に，結果を導く前提となる条件を見いだす場面を設定し，問題解決の過程を振り返って結果を改善することができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，四角形EFGHを正方形にするために，山折りにする線分の位置や切れ目の長さに着目して**図２**の設計図を見直し，EF＝FG になるようにEGの中点に点Fをとって山折りにする線分をひくという改善の手立てを見いだすことができるように指導することが大切である。

（2）春香さんは，**図５**のように，絵をかく面BCGFを大きくしたいと考え，**図６**のように，切れ目となるAC，EGをそれぞれ同じ長さだけ上に伸ばしました。
　カードを90°に開いたとき，面BCGFが底面に対して垂直に立つようにするには，カードを開いていくときに四角形EFGHがいつでも平行四辺形でなければなりません。
　このとき，点Fの位置が決まれば山折りにする線分BFをひくことができます。点Fを**図６**のどこにとればよいですか。点Fの位置を決める方法を，平行四辺形になるための条件を用いて説明しなさい。

図５

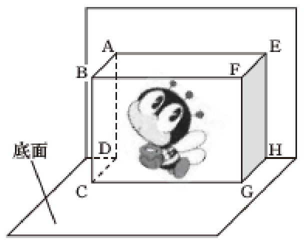
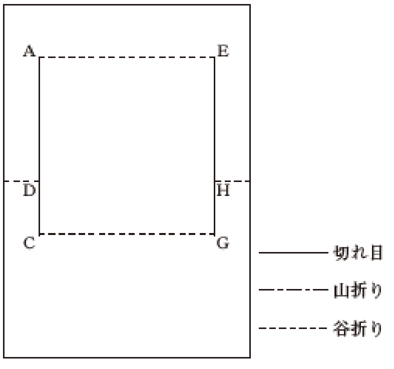


図６



設問（2）　正答率22.1%

趣旨

事象を図形に着目して考察した結果を基に，問題解決の方法を図形の性質を用いて数学的に説明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　問題解決の方法や手順を，数学的な表現を用いて的確に説明できるようにする

様々な問題を解決できるようにするために，問題解決の方法や手順を説明する場面を設定し，図形の性質などの「用いるもの」とその「用い方」について明らかにすることができるように指導することが大切である。

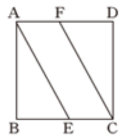
本設問を使って授業を行う際には，実際にポップアップカードを作り，**図２**の設計図とポップアップカードを関連付けて観察し，絵をかく面BCGFを大きくするために切れ目を伸ばしたとき，２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形であること（用いるもの）を用いて，EF＝GH となる位置に点Fをとればよいこと（用い方）を説明することができるように指導することが大切である。

なお，問題解決の方法については，解決の構想を立てる際に考えるだけでなく，問題解決後にその過程を振り返りながら，「何を用いたのか」，「どのように用いたのか」を明らかにして，数学的な表現を用いて説明する活動を充実することも大切である。

4　桃子さんは，次の問題を解きました。

問題

正方形ABCDの辺BC，DA上に，BE＝DFとなる点E，Fをそれぞれとります。
このとき，AE＝CFとなることを証明しなさい。



桃子さんの証明

△ABEと△CDFにおいて，
仮定より，
BE＝DF　……①

正方形の辺はすべて等しいから，
AB＝CD　……②
正方形の角はすべて直角で等しいから，
∠ABE＝∠CDF＝90°　……③

①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABE≡△CDF
合同な図形の対応する辺は等しいから，
AE＝CF

次の（1），（2）の各問いに答えなさい。

（1）桃子さんの証明では，△ABE≡△CDFを示し，それをもとにしてAE＝CFであることを証明しました。このとき，AE＝CF以外にも新たにわかることがあります。それを下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア　∠AEB＝∠CFD　　イ　AF＝BE

ウ　∠ABE＝∠CDF　　エ　BE＝DF

設問（1）　正答率43.4%

趣旨

証明を振り返り，新たな性質を見いだすことができるかどうかをみる。

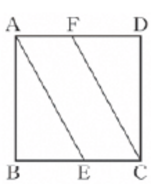
学習指導に当たって

○　**証明を振り返り，新たな性質を見いだすことができるようにする**

証明を書くことだけではなく，証明を読む場面を設定し，証明の結果や過程を振り返り，新たな性質を見いだすことができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，証明の過程で用いた事実や得られた結論に着目し，新たな性質を見いだす活動を取り入れることが考えられる。例えば，三角形の合同を用いて証明した後に，証明を振り返り，用いた関係と結論を次の**＜証明の振り返り＞**のように書き出して整理し，新たな性質を見いだす活動を取り入れることが考えられる。

＜証明の振り返り＞



［用いる関係］
BE＝DF
AB＝CD
∠ABE＝∠CDF

△ABE≡△CDF

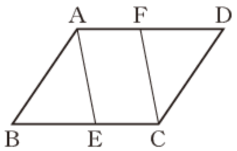
［結論］
AE＝CF

［見いだせる性質］
∠BAE＝∠DCF
∠AEB＝∠CFD

桃子さんの証明では，
△ABE≡△CDF
を示すために，
「BE＝DF，AB＝CD，∠ABE＝∠CDF」
を用いていることがわかる。三角形の合同条件は，三角形の対応する辺や角の6つの相等関係のうち，3つの関係で合同を示すものである。

よって，合同を示す際に用いた条件以外の3つの相等関係を見いだすことができる。つまり，ここで示した結論
「AE＝CF」
の他にも2つの性質
「∠BAE＝∠DCF，∠AEB＝∠CFD」
を△ABE≡△CDFから見いだすことができる。

（2）桃子さんは，問題の正方形ABCDを平行四辺形ABCDに変えても，AE＝CFとなることを証明できることに気づきました。
桃子さんの証明の ［　　］ の中を書き直し，正方形を平行四辺形に変えたときの証明を完成しなさい。



証明

△ABEと△CDFにおいて，
仮定より，
BE＝DF　　　　……①

［　　　　　　　　　　］

①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABE≡△CDF
合同な図形の対応する辺は等しいから，
AE＝CF

設問（2）　正答率50.5%

趣旨

発展的に考え，条件を変えた場合について証明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　問題の条件を変えて，発展的に考えることができるようにする

証明を読み，結論を導くために欠かせない条件や性質を捉える場面を設定し，問題の条件を変えて，発展的に考えることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，証明に用いた合同条件「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」と相等関係「BE＝DF，AB＝CD，∠ABE＝∠CDF＝90°」を照らし合わせ，正方形の場合の証明において90°という条件を用いていないことを見いだすことによって，正方形を平行四辺形に変えても同じ結論　AE＝CF　が成り立つことを導く場面を設定することが考えられる。さらにコンピュータを利用して，平行四辺形だけでなく長方形やひし形に変えても同じ結論が成り立つことを視覚的に捉えることできるようにすることも考えられる。このように特殊から一般へと発展的に考えることは，第３学年で学習する円周角の定理の証明や三平方の定理の証明などでも大切である。