＜数学＞指導のポイント
「証明の指導」について

証明の記述問題に課題があります。穴埋めのワークシートなどで練習していますが、なかなか書けるようになりません。

証明の指導について、学習指導要領解説数学編と全国学力・学習状況調査の問題から、考えてみます。

まず、各学年の「図形」領域の目標を確認します。

第１学年

平面図形や空間図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形に対する直感的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。

第２学年

基本的な平面図形の性質について、観察、操作や実験などの活動を通して理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解し、論理的に考察し表現する能力を養う。

第３学年

図形の相似、円周角と中心角の関係や三平方の定理について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす。

○　「観察、操作や実験などの活動を通して」と各学年ともに明記されています。

○「論理的に考察し表現する能力」については、第２学年での証明を書くことに目が行きがちですが、文末の「培う」「養う」「伸ばす」という表現を踏まえると、各学年で継続して指導することが大切です。

さらに、以下の記載があります。（学習指導要領解説数学編）

○　もともと論証とは、ある事実が正しいことをまず自分が納得し、他人を説得する手立てである。したがって、図形による論証指導を通して、自分はもちろん他人をも納得させることができるよう筋道を立てて表現する能力を育成することが重要である。

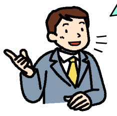
○　生徒なりの説明に耳を傾け、論理の進め方の指導に力点を置き、これを筋道を立てて他者に分かりやすく説明することができるように、段階を踏んだ指導を計画する必要がある。

単なる操作や作業だけに終始せず、生徒の発達段階や学習する内容に配慮した数学的活動を充実させ、生徒が自立的、主体的に取り組む機会を意図的、計画的に設けることが大切です。

証明の指導では、以下の四つの段階（活動）を単元・授業に位置づけることが大切です。（※全国学力・学習状況調査問題で具体例を示します）

1　証明の構想や方針を立てる。

次の三つの事項について考える場面を設定します。
① 結論を示すには何がわかればよいか。
② 仮定からいえることは何か。
③ ①と②を結びつけるには、あと何がいえればよいか。

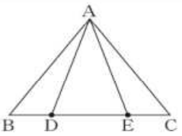


いきなり証明を書く前に、方針を立てる活動を取り入れることで、苦手意識の強い生徒にも見通しをもたせることができます。

8　次の問題について考えます。　H26全国学力・学習状況調査A８

問題

右の図のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺BC上にBD＝CEとなる点D，点Eをそれぞれとります。
このとき，AD＝AEとなることを証明しなさい。



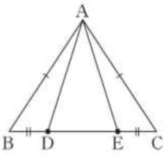
ADとAEをそれぞれ１辺とする２つの三角形に着目すると，次のような証明の方針を立てることができます。下の［①］，［②］に当てはまる三角形を書きなさい。

証明の方針

❶ AD＝AEを証明するためには，［①］≡［②］を示せばよい。

❷ ［①］と［②］の辺や角について，等しいといえるものを探せばよい。まず，仮定から，AB＝AC，BD＝CEがいえる。

❸ ❷を使うと，❶の［①］≡［②］が示せそうだ。



証明をするためには、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質を見いだしたりして、証明の方針を立てることが大切です。
国立教育政策研究所の授業アイディア例（H25）でも「方針を立てて証明しよう」の授業実践例が紹介されています。

2　方針に基づいて証明できるようにする。

① 方針に示された事柄を数学の記号で表す。
② 成り立つ根拠を明らかにし、結論を導く過程を的確に表現する。

3　証明を読んで振り返り、評価する活動をする。

① 推論の過程が異なる二つの証明を読んで、その相違点を説明する。
② 推論の過程に誤りがある証明を読んで、誤りを指摘したり改善したりする。
③ ①、②など証明を評価する活動を取り入れる。

書いた証明について生徒が互いに見直したり評価したりして、書き方を工夫する活動を取り入れることも、学び合いの充実につながります。

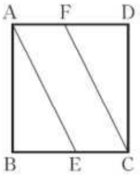
4　証明を読んで、新たな性質を見いだす。発展的に考える。

① 証明したあとに、新たな性質を見いだす活動を取り入れる。
② 問題の条件を変えて、発展的に考える場面を設定する。

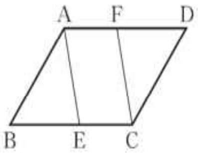
4　桃子さんは，次の問題を解きました。　H27全国学力・学習状況調査B４一部抜粋

問題

正方形ABCDの辺BC，DA上に，BE＝DFとなる点E，Fをそれぞれとります。
このとき，AE＝CFとなることを証明しなさい。



（2）桃子さんは，問題の正方形ABCDを平行四辺形ABCDに変えても，AE＝CFとなることを証明できることに気づきました。
桃子さんの証明の［　　］の中を書き直し，正方形を平行四辺形に変えたときの証明を完成しなさい。



国立教育政策研究所の授業アイディア例（H27）でも、「証明を振り返り、条件を変えた場合の証明を考えよう」の授業実践例が紹介されています。

コンピュータを利用して、図形の条件を変えても同じ結論が成り立つことを視覚的にとらえさせることも効果的です。
証明の指導を通して、特殊から一般へと発展的に考える力も育てたいものです。