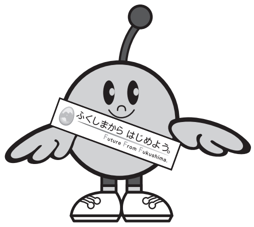
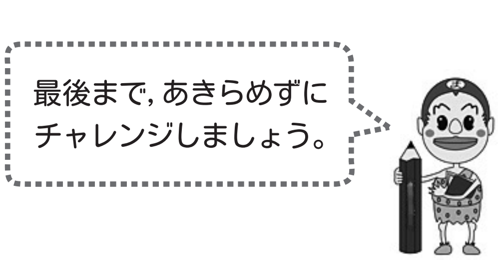
ふくしまから
はじめよう。



数学の祭典
数学ジュニアオリンピック2016

注意

１　指示があるまで，中を開かないでください。
２　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ まであります。
３　解答は，すべて解答用紙に書きましょう。
４　解答は，こく，はっきりと書きましょう。また，消すときは，消しゴムできれいに消しましょう。
５　解答時間は６０分です。解答が早く終わったら，よく見直しましょう。
６　解答用紙には，会場名を○で囲み，受付番号，学校名，学年，氏名をまちがいのないように書きましょう。
７　問題用紙の印刷が見にくいとき，ページがぬけていたり汚れていたりしたとき，解答用紙が汚れていたときは，手をあげて近くの先生に知らせてください。



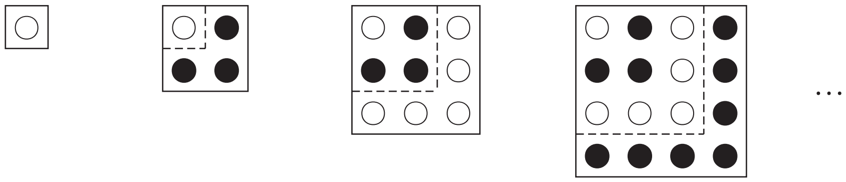
福島県教育委員会

1

白（〇）と黒（●）の２種類の碁石（ごいし）を，下の**＜図＞**のように，正方形の形になるように並べていきます。

このとき，次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

＜図＞



１番目	２番目	３番目	４番目	…
白１個	白１個	白６個	白　６個	…
黒０個	黒３個	黒３個	黒１０個	…

（１）　２０番目をつくるのに必要な碁石の数は，全部で何個ですか。また，２０番目の白（〇）と黒（●）の碁石の数はそれぞれ何個ですか，求めなさい。

（２）　n 番目の白（〇）と黒（●）の碁石の数の差は４１個です。n の値を求めなさい。また，n 番目の白（〇）と黒（●）の碁石の数はそれぞれ何個ですか，求めなさい。

（３）（n －１）番目に，碁石を１０１個並べ加えて，n 番目をつくりました。このとき，n 番目の白（〇）の碁石の数は，全部で何個ですか，求めなさい。ただし，n は２以上の自然数とします。

２　下のように，あるきまりにしたがって１，２，３，…と順に**＜表＞**に自然数を書き入れていきます。

第２段の第３列の数は，「９」です。

このとき，次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

＜表＞

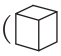
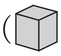
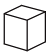
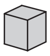
	第１列	第２列	第３列	第４列	第５列	第６列	第７列	第８列	…
第１段	１	３	４	１０	１１	２１	２２		
第２段	２	５	９	１２	２０	２３			
第３段	６	８	１３	１９	２４				
第４段	７	１４	１８	２５					
第５段	１５	１７							
第６段	１６								
第７段									
第８段									
⋮									

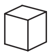
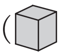
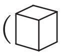
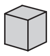
（１）　第７段の第５列の数はいくつですか，求めなさい。

（２）　第 n 段の第 n 列の数を，n を使って表しなさい。ただし，n は自然数とします。

（３）　第 a 段の第 b 列の数が「１２５」のとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

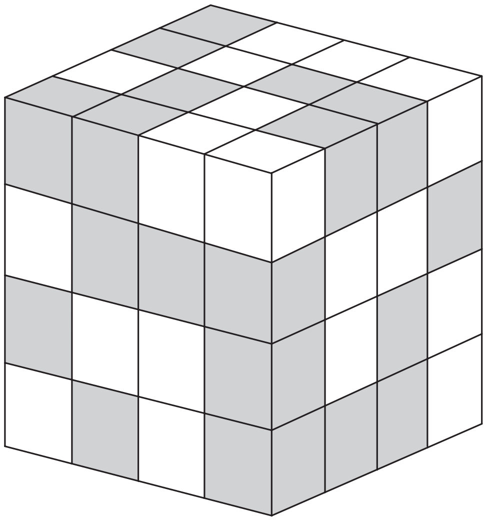
3

１辺が１㎝の立方体の白の積み木 () と黒の積み木 () があります。白の積み木 () の重さは３．２ｇ，黒の積み木 () の重さは２．８ｇです。

白 () と黒 () の積み木を合計６４個使って，下の**＜図＞**のように，立方体を作りました。**＜図＞**に表されている部分には，白の積み木 () が１８個，黒の積み木 () が１９個あります。

このとき，次の（１），（２）の各問いに答えなさい。

＜図＞



（１） 立方体全体の重さをxｇとするとき，xの値の範囲を不等号を使って表しなさい。

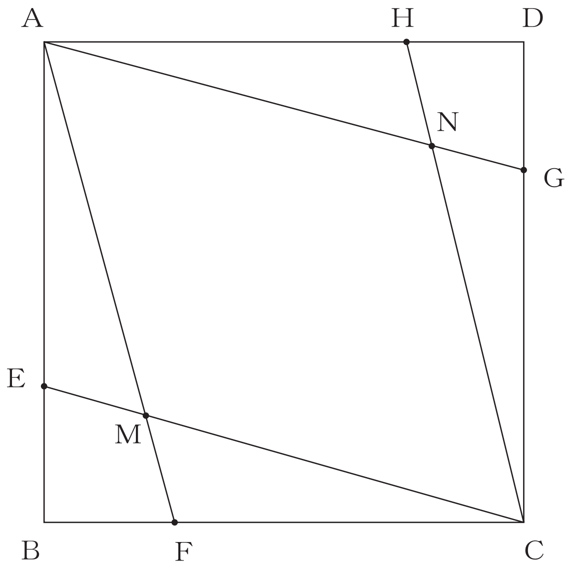
（２） 立方体全体の重さが１９０ｇのとき，立方体の表面の白の部分の面積が最も大きくなりました。このとき，白の部分の面積を求めなさい。

4

次の（1），（2）の各問いに答えなさい。

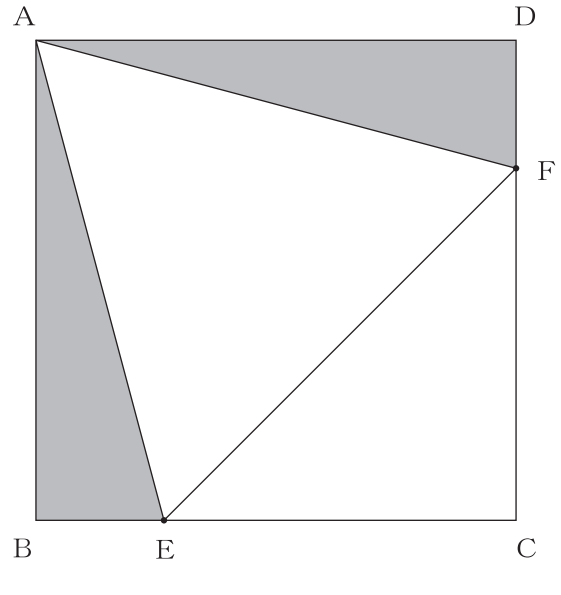
（1） 下の**＜図１＞**において，四角形ＡＭＣＮの面積は，四角形ＥＢＦＭの面積の何倍ですか，求めなさい。ただし，四角形ＡＢＣＤは１辺が１６㎝の正方形，点Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈはそれぞれ辺ＡＢ，ＢＣ，ＣＤ，ＤＡにある点で，ＡＥ，ＣＦ，ＣＧ，ＡＨはいずれも１２㎝です。また，ＡＦとＣＥの交点を点Ｍ，ＡＧとＣＨの交点を点Ｎとします。

＜図１＞



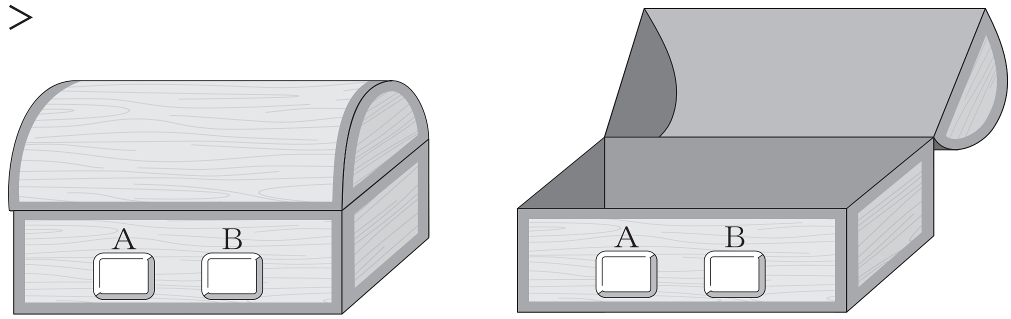
（2） 下の**＜図２＞**において，色のついた部分の面積の和は何㎠ですか，求めなさい。ただし，四角形ＡＢＣＤは正方形，点Ｅ，Ｆはそれぞれ辺ＢＣ，ＣＤにある点，三角形ＡＥＦは１辺の長さが６㎝の正三角形，三角形ＡＢＥと三角形ＡＤＦは合同とします。

＜図２＞



5　下の**＜図１＞**のようなＡ，Ｂの２個のスイッチが付けられた宝箱があります。

＜図１＞



ふたが閉まった宝箱　　ふたが開いた宝箱

スイッチを１回押すと，「オン」から「オフ」へ，または「オフ」から「オン」へと必ず変わります。変わったことは，見た目や押した感じではわかりません。

２個のスイッチの状態は，次の**＜表＞**のように４通りです。

Ａ，Ｂ両方のスイッチの状態が「オン」になったときに，宝箱のふたが開き，それ以外の３通りの状態ではふたは開きません。

＜表＞　２つのスイッチの状態

A	B	A	B	A	B	A	B
×	×	×	○	○	×	○	○
ふたは開かない。						ふたが開く。	

○：「オン」
×：「オフ」

例えば，Ａが「オン」，Ｂが「オフ」の状態のスイッチを，Ａ→Ｂ→Ａ→Ｂ→…の順でそれぞれ１回ずつ押していくと，下の**＜図２＞**の方法で，合計３回で宝箱のふたを開けることができます。

＜図２＞　Ａが「オン」，Ｂが「オフ」のときのふたの開け方

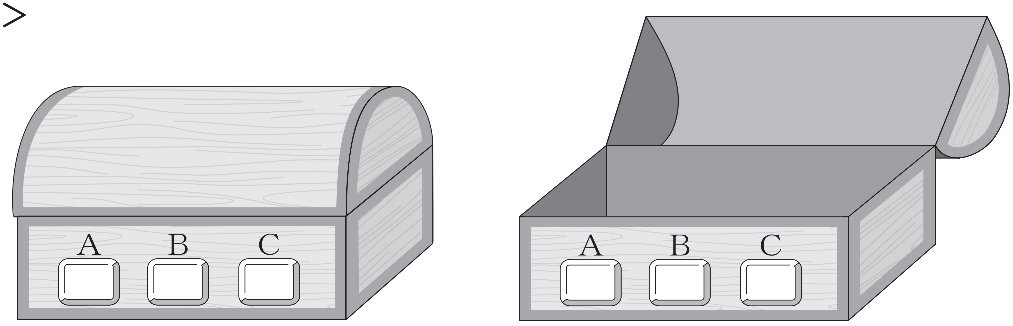
A	B	
○	×	……はじめのスイッチの状態
↓		Ａを１回押す。（スイッチを押した回数は合計１回）
×	×	
↓		Ｂを１回押す。（スイッチを押した回数は合計２回）
×	○	
↓		Ａを１回押す。（スイッチを押した回数は合計３回）
○	○	……合計３回で宝箱のふたが開く。

Ａ→Ｂ→Ａとスイッチを１回ずつ押して合計３回とするんだね。

次に，Ａ，Ｂ，Ｃの３個のスイッチが付けられた**＜図２＞**のような宝箱のふたを開けることを考えます。今，宝箱のふたは閉まっており，スイッチの状態もどのようになっているかわかっていません。３個のスイッチの状態がすべて「オン」になると，宝箱のふたが開きます。

このとき，次の（１），（２）の各問いに答えなさい。

＜図２＞



ふたが閉まった宝箱　　　ふたが開いた宝箱

（１）　宝箱のふたが閉まっているとき，３個のスイッチの状態は，全部で何通りありますか，答えなさい。

（２）　宝箱のふたが閉まっているとき，スイッチをＡ→Ｂ→Ｃ→Ｂ→Ａ→Ｂ→Ｃ→…の順に，それぞれ１回ずつ押していきます。次の①，②の各問いに答えなさい。

①　スイッチをＡ→Ｂ→Ｃ→Ｂ→Ａの順にそれぞれ１回ずつ，スイッチを押した回数が合計５回のとき，宝箱のふたが開きました。はじめのスイッチの状態はどのようになっていましたか，下の**＜例＞**のように解答欄に示しなさい。

＜例＞

Ａ	Ｂ	Ｃ
○	×	×

○：「オン」
×：「オフ」

②　スイッチをＡ→Ｂ→Ｃ→Ｂ→Ａ→…の順にそれぞれ１回ずつ押していきます。宝箱のふたが開くのに，スイッチを押した回数の合計が最も多いときは，合計何回ですか，答えなさい。また，このとき，はじめのスイッチの状態はどのようになっていましたか，上の**＜例＞**のように解答欄に示しなさい。